

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Nikola Grubešić

Zagreb, 2014. godina

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Mentori:

Prof. dr. sc. Nedeljko Štefanić
Dr. sc. Hrvoje Cajner

Student:

Nikola Grubešić

Zagreb, 2014. godina.

IZJAVA

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

Nikola Grubešić

ZAHVALA

Zahvaljujem se roditeljima, sestrama i kolegama na velikoj pomoći, povjerenju i strpljenju koje su mi ukazali tijekom studija kao i prilikom pisanja diplomskog rada.

Posebno se zahvaljujem mentoru **doc. dr. sc. Hrvoju Cajneru** te **prof. dr. sc. Nedeljku Štefaniću** koji su mi svojim dragocjenim prijedlozima, savjetima i sugestijama omogućili da uspješno završim ovaj rad.

Također, zahvaljujem se tvrtki " Ex-AGENCIJA" koja mi je omogućila ispitivanja u svojim prostorijama te zaposlenicima tvrtke koju su mi svojim savjetima i sugestijama pomogli pri provođenju ispitivanja.

Nikola Grubešić



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:
proizvodno inženjerstvo, računalno inženjerstvo, industrijsko inženjerstvo i menadžment, inženjerstvo
materijala i mehatronika i robotika

Sveučilište u Zagrebu
Fakultet strojarstva i brodogradnje
Datum 10. 07. 2018. Prilog
Klasa: 602-04/14-6/2
Ur.broj: 15-1703-14-227

DIPLOMSKI ZADATAK

Student: NIKOLA GRUBEŠIĆ Mat. br.: 0035177499

Naslov rada na hrvatskom jeziku: KARAKTERIZACIJA PROCESA UPORABOM METODE REGRESIJSKE ANALIZE I ANALIZE VARIJANCE

Naslov rada na engleskom jeziku: PROCESS CHARACTERISATION USING ANOVA AND REGRESSION ANALYSIS

Opis zadatka:

Upotreba kompleksne statističke analize neizostavan je alat u pronalaženju uzročno-posljedičnih veza u procesima (pojavama) koje nije moguće jednostavno opisati općepoznatim, prvenstveno fizikalnim zakonima. Stoga se, uzimajući u obzir teorijske postavke samih metoda, pri karakterizaciji (određivanju uzročno-posljedičnih veza) procesa vrlo često koriste metode analize varijance (ANOVA) te regresijske analize. U ovom diplomskom radu zadatak je dati presjek spomenutih metoda s detaljnom teorijskom podlogom te primjenom na realnim primjerima.

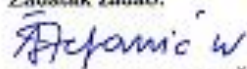
U radu je potrebno:

1. Detaljno opisati metodu analize varijance s više promjenjivih faktora te višestruku regresijsku analizu s naglaskom na linearne modele.
2. Razrađene teorijske postavke primijeniti na realnim primjerima iz strojarke prakse (iz literaturnih izvora).
3. Provesti istraživanja po metodologiji planiranja pokusa baziranih na statističkim postavkama, a tiču se istraživanja pojave eksplozije zapaljivih plinova u zatvorenim cijevima. (Istraživanje bi trebalo biti provedeno u suradnji sa stručnjacima iz tvrtke koja se bavi protueksplozijskom zaštitom)
4. Pomoću navedenih metoda u točki 1. provesti karakterizaciju procesa eksplozije zapaljivih plinova u zatvorenim cijevima.
5. Dobivene rezultate upotrijebiti u optimizaciji sustava protueksplozijske zaštite (uz zadane parametre - zahtjeve i ograničenja) - same parametre optimizacije za potrebe ovog rada simulirati.
6. Izraditi algoritam koji je će biti baziran na dobivenim odzivnim funkcijama, a daje rezultate u odzivima za različite ulazne parametre i njihove varijacije. (Izrađeni algoritam bi i u praksi trebao poslužiti kao alat za dobivanje okvirnog rezultata prilikom projektiranja sustava protueksplozijske zaštite.)

Zadatak zadan:

8. svibnja 2014.

Zadatak zadao:


Prof. dr. sc. Nedeljko Štefanić

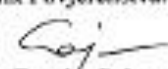
Roč predaje rada:

10. srpnja 2014.

Predviđeni datum obrane:

16., 17. i 18. srpnja 2014.

Predsjednik Povjerenstva:


Prof. dr. sc. Franjo Cajner

Sadržaj

Popis oznaka	I
Popis slika	III
Popis tablica	V
Sažetak	VI
Summary	VII
1. UVOD	1
2. ANALIZA VARIJANCE – ANOVA	2
2.1. ANOVA s 1 promjenjivim faktorom.....	2
1.1.2. Dekompozicija Sume Kvadrata Odstupanja (SKO).....	3
2.2. ANOVA s 2 promjenjiva faktora s ponavljanjima stanja pokusa	5
2.2.1. Procjena parametara modela	8
2.2.2. Provjera adekvatnosti modela uporabom testa normalnosti ostataka.....	9
2.3. Kontrasti između uzoraka.....	10
2.3.1. Ortogonalni kontrasti.....	11
2.3.2. Scheffe-ova metoda za usporedbu svih kontrasta	12
2.3.3. Tukey-ov test.....	13
3. PLANIRANJE POKUSA.....	15
3.1. Strategija pokusa.....	17
3.2. Faktorski planovi pokusa.....	18
3.2.1. 2^k faktorski planovi pokusa	18
4. REGRESIJA.....	22
4.1. Model jednostavne linearne regresije.....	22
4.1.1. Testiranje hipoteza o jednostavnoj regresiji	24
4.1.2. Provjera adekvatnosti modela jednostavne regresije.....	26
4.2. Model višestruke regresije	28

4.2.1.	Testiranje hipoteza o višestrukoj regresiji.....	31
4.2.2.	Provjera adekvatnosti modela	33
5.	EKSPERIMENTALNI DIO.....	35
5.1.	Uvod	35
5.2.	Postavke i plan pokusa	35
5.2.1.	3^k faktorski pokus.....	35
5.3.	Provedba pokusa.....	37
	Mjerenje volumnog udjela plina u smjesi	39
	Mjerenje maksimalnog tlaka u ispitnoj cijevi i brzine fronte plamena	40
5.4.	Rezultati pokusa	42
5.4.1.	Rezultati pokusa s plinom vodikom (H_2)	42
4.4.1.	Rezultati pokusa s plinom metanom (CH_4).....	43
6.	ANALIZA I RASPRAVA REZULTATA	45
6.1.	Uvod	45
6.2.	Statistička obrada i rasprava rezultata pokusa provedenog s plinom vodikom	45
6.2.1.	Statistička obrada rezultata dobivenih mjerenjem maksimalnog tlaka P_{max} u ispitnim cijevima s plinom vodikom H_2	46
6.2.2.	Statistička obrada rezultata dobivenih mjerenjem brzine fronte plamena $V_{plamena}$ u ispitnim cijevima s plinom vodikom H_2	50
6.3.	Statistička obrada i rasprava rezultata pokusa provedenog s plinom metanom	55
6.3.1.	Statistička obrada rezultata dobivenih mjerenjem maksimalnog tlaka P_{max} u ispitnim cijevima s plinom metanom CH_4	56
6.3.2.	Statistička obrada rezultata dobivenih mjerenjem brzine fronte plamena $V_{plamena}$ u ispitnim cijevima s plinom metanom CH_4	60
7.	OPTIMIZACIJA SUSTAVA PROTUEKSPLOZIJSKE ZAŠTITE.....	65
8.	ZAKLJUČAK	67
9.	LITERATURA.....	68

Popis oznaka

<i>OZNAKA</i>	<i>MJERNA JEDINICA</i>	<i>OPIS</i>
a		Regresijski koeficijent
b		Slobodni član u regresijskoj funkciji
d_i		Standardizirani ostatak
D	mm	Promjer ispitne cijevi
e_i		Rezidualno odstupanje u regresijskom modelu
H_0		Nulta hipoteza
H_1		Alternativna hipoteza
F		parametar F razdiobe
g		Broj parametara procijenjene razdiobe
k		Broj stupnjeva slobode
L	mm	Duljina ispitne cijevi
P_{max}	bar	Maksimalan tlak u ispitnoj cijevi
n		Veličina uzorka
r		Koeficijent korelacije
R^2		Koeficijent determinacije
\bar{R}^2		Korigirani koeficijent determinacije
s		Nepistrana procjena standardne devijacije
s^2		Nepistrana procjena varijance
$s_{\bar{x}}$		Standardna pogreška aritmetičke sredine
SKO		Suma kvadrata odstupanja
t		Oznaka Studentove t-razdiobe
$t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}$		kritična vrijednost parametra t-razdiobe uz određenu vjerojatnost
$V_{plamena}$	m/s	Brzina fronte plamena u ispitnoj cijevi
$V_{\hat{y}}$		Koeficijent varijacije regresije
x_1, x_2, \dots, x_n		Vrijednosti slučajnog uzorka
y_{ij}		Vrijednost u i-tom retku i j-tom stupcu
<i>OZNAKA</i>	<i>MJERNA JEDINICA</i>	<i>OPIS</i>

\bar{Y}	Aritmetička sredina uzorka
z	Parametar jedinične normalne razdiobe
$z_{\alpha/2}$	Kritična vrijednost parametra jedinične normalne razdiobe uz određenu vjerodostojnost
$(1-\alpha)$	Razina vjerodostojnosti
β	Ostatak na y osi osnovnog skupa
$\Delta\bar{y}_i$	Doprinos aritmetičke sredine i-tog stupca
$\Delta\bar{y}_j$	Doprinos aritmetičke sredine j-tog stupca
ε	Pogreška procjene
ε_{ij}	Slučajno odstupanje unutar uzorka
θ	Parametar osnovnog skupa
$\hat{\mu}$	Procijenjeno očekivanje osnovnog skupa
ρ	Koeficijent korelacije osnovnog skupa
σ	Standardna devijacija uzorka
σ_0	Standardna devijacija osnovnog skupa
$\sigma_{\bar{X}}$	Standardna greška aritmetičke sredine uzorka \bar{X}
$\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}$	Standardna pogreška razlike aritmetičkih sredina uzoraka
$\sigma_{\hat{y}_i}$	Standardna devijacija regresije
σ_0^2	Varijanca osnovnog skupa
$\sigma_{\hat{y}_i}^2$	Varijanca regresije
χ^2	varijabla hi-kvadrat razdiobe
$\chi_{\alpha/2, n-1}^2$	varijabla hi-kvadrat razdiobe uz određenu vjerodostojnosti

Popis slika

Slika 1. Papir vjerojatnosti normalne razdiobe	10
Slika 2. Model procesa	15
Slika 3. Prikaz stanja pokusa 2^2	18
Slika 4. Faktorski pokus, bez interakcije.....	20
Slika 5. Faktorski pokus, s interakcijom	21
Slika 6. Odstupanja podataka od procijenjenog regresijskog modela[3]	23
Slika 7. Procjenitelj varijable $y = Y$ [3].....	25
Slika 8. Veza između varijabli nije linearna [3]	25
Slika 9. Prikaz analize ostataka papirom vjerojatnosti normalne razdiobe.....	27
Slika 10. Regresijska ploha [3]	30
Slika 11. Konturni dijagram regresijskog modela [3]	30
Slika 12. 3D prikaz regresijskog modela $E(Y)=50+10x_1+7x_2+5x_1x_2$ [3]	31
Slika 13. Konturni dijagram regresijskog modela $E(Y)=50+10x_1+7x_2+5x_1x_2$ [3].....	31
Slika 14. Prikaz ostataka i varijable y_i [3].....	33
Slika 15. Prikaz kombinacija faktora u 3^2 faktorskom pokusu	36
Slika 16. Miješalica plinova	38
Slika 17. Eksperimentalni postav ispitne cijevi	38
Slika 18. Prikaz crijeva za punjenje i svjećice	39
Slika 19. Analizator kisika	39
Slika 20. Izvještaj iz programa PicoScope 6	41
Slika 21. Optički senzori na ispitnoj cijevi	41
Slika 22. Normalizirani papir vjerojatnosti ostataka P_{max} za pokus s plinom vodikom.....	48
Slika 23. Stvarni odziv u odnosu na modelom izračunati (matematički model za izračunavanje P_{max}).....	48
Slika 24. Odzivna površina modela za P_{max} – Vodik	49
Slika 25. Konturni dijagram modela za P_{max} - Vodik	50
Slika 26. Normalizirani papir vjerojatnosti ostataka $V_{plamena}$ za pokus s plinom vodikom	52
Slika 27. Stvarni odziv u odnosu na modelom izračunati (matematički model za izračunavanje $V_{plamena}$).....	53
Slika 28. Odzivna površina modela za $V_{plamena}$ – Vodik	54

Slika 29. Konturni dijagram modela za $V_{plamena}$ - Vodik.....	55
Slika 30. Normalizirani papir vjerojatnosti ostataka P_{max} za pokus s plinom metanom	57
Slika 31. Stvarni odziv u odnosu na modelom izračunati (matematički model za izračunavanje P_{max}).....	58
Slika 32. Odzivna površina modela za P_{max} – Metan)	59
Slika 33. Konturni dijagram modela za P_{max} - Metan	59
Slika 34. Normalizirani papir vjerojatnosti ostataka $V_{plamena}$ za pokus s plinom metanom	61
Slika 35. Stvarni odziv u odnosu na modelom izračunati (matematički model za izračunavanje $V_{plamena}$).....	62
Slika 36. Odzivna površina modela za $V_{plamena}$ – Metan	63
Slika 37. Konturni dijagram modela za $V_{plamena}$ - Metan.....	64

Popis tablica

Tablica 1. ANOVA tablica.....	5
Tablica 2. ANOVA tablica za 2 promjenjiva faktora [3]	8
Tablica 3. Faktorski pokus 1	19
Tablica 4. Faktorski pokus 2	20
Tablica 5. Način donošenja odluka [3].....	32
Tablica 6. Vrijednosti faktora za 3^k faktorski plan pokusa-vodik.....	36
Tablica 7. Vrijednosti faktora za 3^k faktorski plan pokusa-metan	37
Tablica 8. Udaljenost optičkih senzora na ispitnim cijevima.....	40
Tablica 9. Rezultati pokusa s plinom vodikom	42
Tablica 10.. Rezultati pokusa s plinom metanom	43
Tablica 11. ANOVA tablica za model P_{max} - Vodik	46
Tablica 12. Transformacija razina varijabli u kodirane vrijednosti	47
Tablica 13. Prosječni efekti faktora u modelu za P_{max} -Vodik.....	47
Tablica 14. ANOVA tablica za model $V_{plamena}$ – Vodik.....	51
Tablica 15. Prosječni efekti faktora u modelu za $V_{plamena}$ -Vodik	52
Tablica 16. ANOVA tablica za model P_{max} - Metan.....	56
Tablica 17. Prosječni efekti faktora u modelu za P_{max} -Metan.....	57
Tablica 18. ANOVA tablica za model $V_{plamena}$ – Metan	60
Tablica 19. Prosječni efekti faktora u modelu za $V_{plamena}$ -Metan	61

Sažetak

U ovom radu je obrađena tema karakterizacije procesa uporabom metode regresijske analize i analize varijance. U prvom dijelu rada dani je presjek spomenutih metoda s detaljnom teorijskom podlogom. U drugom, eksperimentalnom dijelu rada, opisana je provedba istraživanja u laboratoriju tvrtke Ex-Agencija. Provedena su istraživanja pojave eksplozije zapaljivih plinova vodika i metana u zatvorenim cijevima. Pokusi su provedeni prema metodologiji planiranja pokusa. Varirani su parametar volumen cijevi te parametar volumni udio zapaljivog plina u smjesi, te su promatrane izlazne varijable maksimalnog tlaka u cijevi P_{max} i brzine fronte plamena $V_{plamena}$. U trećem dijelu rada prikazani su rezultati ispitivanja eksplozivnosti plinova u zatvorenim cijevima. Provedena je statistička obrada rezultata mjerenja i matematičko modeliranje metodom odzivnih površina te su izrađeni matematički modeli ovisnosti ispitivanih veličina o ulaznim parametrima.

Konačno, analizom i primjenom dobivenih rezultata i matematičkih modela provedena je optimizacija sustava protueksplzijske zaštite te je na temelju stečenih znanja predložen smjer daljnjih istraživanja.

Ključne riječi: regresijska analiza, ANOVA, eksplozivnost plinova, planiranje i analiza pokusa

Summary

In this paper the theme of characterization of the process of using regression analysis and analysis of variance has been processed. In the first part of the paper the intersection of the above methods with detailed theoretical groundwork has been given. In the second, experimental part of the paper, research in laboratory of Ex- Agencija Company has been described. Conducted researches are related to an explosion of combustible gases of hydrogen and methane in sealed pipes. Experiments have been conducted according to design of experiments methodology. Varied parameters are volume of the pipe and parameter of volume fraction of combustible gas mixture, while the observed were outputs of variable maximum pressure in the pipes P_{max} and velocity of flame front V_{front} . In the third part of the paper the results of explosion tests of gases in sealed pipes are showed. Statistical analysis of measurement results has been conducted, as well as mathematical modeling by RSM method and mathematical models of dependence of tested values towards input parameters have been made.

Finally, with the analysis and application of the results as well as mathematical models, the optimization of explosion protection is conducted and based on the knowledge acquired direction for further research is proposed.

Ključne riječi: regression analysis, ANOVA, explosive gases, design of experiments

1. UVOD

U ovom radu dani je presjek sljedećih metoda inferencijalne statistike: metode regresijske analize i analize varijance (ANOVA) s detaljnom teorijskom podlogom. Upotreba ovih kompleksnih statističkih analiza neizostavna u pronalaženju uzročno-posljedičnih veza u procesima (pojavama) koje nije moguće jednostavno opisati općepoznatim, prvenstveno fizikalnim zakonima. Stoga se, uzimajući u obzir postavke samih metoda, pri karakterizaciji (određivanju uzročno-posljedičnih veza) procesa vrlo često koriste spomenute metode.

U skladu s navedenom svrhom gore spomenutih statističkih metoda, provedena su istraživanja po metodologiji planiranja pokusa bazirana na statističkim postavkama koja se tiču istraživanja pojave eksplozije zapaljivih plinova u zatvorenim cijevima. Promatrana je eksplozivnost plinova vodika (H_2) i metana (CH_4), te uzročno-posljedična veza parametara volumena cijevi te volumnog udjela plina u eksplozivnoj smjesi na maksimalan tlak u cijevi te maksimalnu brzinu fronte plamena. Također, provedena je i karakterizacija procesa eksplozije zapaljivih plinova u zatvorenim cijevima, te je na osnovi dobivenih odzivnih funkcija izrađen algoritam kao alat za dobivanje okvirnog rezultata prilikom planiranja sustava protueksplozijske zaštite.

2. ANALIZA VARIJANCE – ANOVA

Analiza varijance je postupak usporedbe više uzoraka pri čemu svaki uzorak predstavlja zasebni osnovni skup, odnosno populaciju. U proizvodnim uvjetima analiza varijance je postupak koji se koristi u provjeri djelovanja promjene stanja nekog proizvodnog faktora na mjerenu vrijednost – rezultat. Analizom varijance provjeravaju se promjene aritmetičkih sredina uzoraka.

2.1. ANOVA s 1 promjenjivim faktorom

U literaturi [1] navedena su dva modela analize varijance: model s fiksnim i model sa slučajnim faktorom. U modelu s fiksnim faktorom broj faktora i njihove razine koji su korišteni u ispitivanjima određeni su od strane izvođača ispitivanja. Rezultati i zaključci dobiveni ovim modelom mogu se primijeniti samo na razine faktora koje su korištene u modelu. U modelu sa slučajnim faktorom broj faktora i njihove razine određene su slučajno iz većeg skupa ispitivanja, te se rezultati dobiveni korištenjem ovog modela ANOVE mogu proširiti na cijelu populaciju. U daljnjem radu bit će opisana analiza fiksnog modela ANOVE.

Primjena analize varijance je moguća ako je mjerena varijabla normalno distribuirana i ako su varijance svih promatranih uzoraka jednake.

Prikazani je model za ANOVU s jednim utjecajnim faktorom [2]:

$$y_{ij} = \mu + \Delta\bar{y}_j + \varepsilon_{ij} \quad (2.1.)$$

$y_{ij} \rightarrow$ vrijednost i – tog mjerenja u j – tom stupcu

$\mu \rightarrow$ aritmetička sredina svih podataka

$\Delta\bar{y}_j \rightarrow$ doprinos ar. sredine j – tog uzorka

$\varepsilon_{ij} \rightarrow$ slučajno odstupanje unutar uzorka

Također u model je uključena pretpostavka kako se slučajna odstupanja unutar uzorka ponašaju po normalnoj razdiobi.

$$\varepsilon_{ij} \rightarrow N \left\{ E(\varepsilon_{ij}) = 0; \sigma_{(\varepsilon_{ij})}^2 \right\} \quad (2.2.)$$

1.1.2. Dekompozicija Sume Kvadrata Odstupanja (SKO)

Ideja analize varijance sastoji se u razdvajanju varijabilnosti mjerenog varijancom na dva dijela: varijabilnost među uzorcima i varijabilnost unutar uzorka. Ovaj drugi dio varijabilnosti često se naziva rezidualnom varijabilnošću (ostatak).

Ukupna varijabilnost podataka prikazana je ukupnom sumom kvadrata odstupanja

$$SKO_{UKUPNO} = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (y_{ij} - \mu)^2 \quad (2.3.)$$

$$\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} \rightarrow \sum_{i,j}$$

Kvadrirani binom ukupne sume kvadrata odstupanja glasi

$$SKO_{UKUPNO} = \sum_{i,j} ((y_{ij} - \bar{y}_j) + (\bar{y}_j - \mu))^2 \quad (2.4.)$$

Ili raspisano

$$\begin{aligned} \sum_{i,j} ((y_{ij} - \bar{y}_j) + (\bar{y}_j - \mu))^2 \\ = \sum_{i,j} (y_{ij} - \bar{y}_j)^2 + \sum_{i,j} (\bar{y}_j - \mu)^2 + 2 * \sum_{i,j} (y_{ij} - \bar{y}_j) * (\bar{y}_j - \mu) \end{aligned} \quad (2.5.)$$

Međutim zadnji član u izrazu 2.5. jednak je nuli tako da konačan izraz glasi

$$\sum_{i,j} (y_{ij} - \bar{y}_j) + (\bar{y}_j - \mu)^2 = \sum_{i,j} (y_{ij} - \bar{y}_j)^2 + \sum_{i,j} (\bar{y}_j - \mu)^2 \quad (2.6.)$$

Jednadžba 2.6. predstavlja osnovni identitet ANOVA-e. Ona prikazuje kako se varijabilnost podataka mjerenih varijancom, odnosno sumom kvadrata odstupanja može podijeliti na dva

dijela: varijabilnost između uzoraka i varijabilnost unutar uzorka. Simbolično, jednadžbu 2.6. možemo prikazati kao

$$SKO_{UKUPNO} = SKO_{unutar uzorka} + SKO_{između uzoraka} \quad (2.7.)$$

Budući da postoji k razina uzoraka $SKO_{unutar uzorka}$ ima $k - 1$ stupnjeva slobode, te postoji N broja podataka, $SKO_{između uzoraka}$ ima $N - k$ stupnjeva slobode. Omjer sume kvadrata odstupanja i broj stupnjeva slobode naziva se srednji kvadrat odstupanja između uzorka i označava se

$$s_{između uzoraka}^2 = \frac{SKO_{između uzoraka}}{k - 1} \quad (2.8.)$$

te srednji kvadrat odstupanja unutar uzorka

$$s_{unutar uzorka}^2 = \frac{SKO_{unutar uzorka}}{N - k} \quad (2.9.)$$

U modelu analize varijance s 1 promjenjivim faktorom postavljaju se hipoteze:

$$H_0: \Delta y_1 = \Delta y_2 = \dots = \Delta \bar{y}_k = 0$$

$$H_1: \text{bar jedan } \Delta \bar{y}_j \neq 0$$

Za provjeru gornjih hipoteza koristi se F test te varijance $s_{između uzoraka}^2$ i $s_{unutar uzorka}^2$. Test veličina bit će

$$F = \frac{s_{između uzoraka}^2}{s_{unutar uzorka}^2} \quad (2.10.)$$

koja se ponaša po F razdiobi s ($k_b = n_1 - 1, k_n = n_2 - 1$) stupnjeva slobode. Odluka se donosi usporedbom test veličine F s teorijskom vrijednošću F_0 . Nulta hipoteza se prihvaća ukoliko je $F \leq F_0$, a ne prihvaća ukoliko je $F > F_0$ uz razinu vjerodostojnosti α . Izračuni za ovaj test obično su sažeti u tabličnom obliku kao ANOVA tablica.

Tablica 1. ANOVA tablica

Izvor varijacije	Suma kvadrata odstupanja	Stupnjevi slobode	Srednji kvadrat odstupanja	F
Između uzoraka (faktor)	SKOizmeđu	k-1	$s_{između}^2$	$s_{između}^2/s_{ostatak}^2$
Pogreška (unutar uzorka)	SKOostatak	N-k	$s_{ostatak}^2$	-
Ukupno	SKOukupno	N-1	-	-

2.2. ANOVA s 2 promjenjiva faktora s ponavljanjima stanja pokusa

Kao što je objašnjeno u prethodnom dijelu rada, ANOVA s dva utjecajna faktora koristi se kada želimo provjeriti djelovanja promjene stanja dva proizvodna faktora na mjerenu vrijednost – rezultat. U sljedećem dijelu rada prikazat će se matematički model analize varijance s 2 promjenjiva faktora [1].

Pretpostavimo kako su A i B fiksni faktori, te je a broj razina faktora A , a b je broj razina faktora B . Analiza varijance može se upotrijebiti kako bi se testirale hipoteze djelovanja faktora A i B , te interakcije AB na izlaznu varijablu, tj. rezultat. Kako bi pravilno tumačili i prezentirali postupak ANOVA-e, trebamo jasno definirati oznake. Neka y_i predstavlja ukupan zbroj zapažanja i -te razine faktora A , y_j predstavlja ukupan zbroj zapažanja j -te razine faktora B , y_{ij} predstavlja ukupan zbroj zapažanja ćelije razine ij , dok y označava ukupan zbroj svih mjerenja faktora (zapažanja). Iz toga slijedi kako su $\bar{y}_i, \bar{y}_j, \bar{y}_{ij}$ te \bar{y} aritmetičke sredine odgovarajućeg reda, stupca, ćelije, te ukupna aritmetička sredina. Zapisano u matematičkom obliku [3]:

$$y_i = \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n y_{ijk} \quad \bar{y}_i = \frac{y_i}{bn}, i = 1, 2, \dots, a \quad (2.11.)$$

$$y_j = \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^n y_{ijk} \quad \bar{y}_j = \frac{y_j}{an}, j = 1, 2, \dots, b \quad (2.12.)$$

$$y_{ij} = \sum_{k=1}^n y_{ijk} \quad \bar{y}_{ij} = \frac{y_{ijk}}{n}, i = 1, 2, \dots, a; j = 1, 2, \dots, b \quad (2.13.)$$

$$y = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n y_{ijk} \quad \bar{y} = \frac{y}{abn} \quad (2.14.)$$

Kao i ranije, u postupku ANOVA-e ove hipoteze se testiraju pomoću dekompozicije sume kvadrata odstupanja. Ukupna varijabilnost podataka prikazana je ukupnom sumom kvadrata odstupanja

Dekompozicija je prikazana:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n (y_{ijk} - \bar{y})^2 &= bn \sum_{i=1}^a (\bar{y}_i - \bar{y})^2 \\ &+ an \sum_{j=1}^b (\bar{y}_j - \bar{y})^2 \\ &+ n \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (\bar{y}_{ij} - \bar{y}_i - \bar{y}_j + \bar{y})^2 \\ &+ \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n (y_{ijk} - \bar{y}_{ij})^2 \end{aligned} \quad (2.15.)$$

ili simbolički,

$$SKO_{UKUPNO} = SKO_A + SKO_B + SKO_{AB} + SKO_{OSTATAK} \quad (2.16.)$$

Jednadžbe 2.15. i 2.16. prikazuju kako je ukupna suma kvadrata odstupanja (SKO_{UKUPNO}) dekomponirana na sumu kvadrata odstupanja faktora A (retci), sumu kvadrata odstupanja faktora B (stupci), sumu kvadrata odstupanja interakcije između faktora A i B te na sumu kvadrata odstupanja ostatka. Ukupno postoji $abn - 1$ stupnjeva slobode. glavni faktori A i B imaju $a - 1$ i $b - 1$ stupnjeva slobode, dok faktor interakcije ima $(a - 1)(b - 1)$ stupnjeva

slobode. stupanj slobode faktora ostatka iznosi $ab(n-1)$. Dakle, stupnjevi slobode podijeljeni su

$$abn - 1 = (a - 1) + (b - 1) + (a - 1)(b - 1) + ab(n - 1) \quad (2.17.)$$

Omjer sume kvadrata odstupanja i broj stupnjeva slobode naziva se srednji kvadrat odstupanja. Ukoliko se podijeli svaka suma kvadrata odstupanja u desnoj strani jednadžbe 2.16. s odgovarajućim stupnjem slobode, dobit će se srednji kvadrat odstupanja za faktor A , B , interakciju i ostatak

$$s_A^2 = \frac{SKO_A}{a-1}, s_B^2 = \frac{SKO_B}{b-1}, s_{AB}^2 = \frac{SKO_{AB}}{(a-1)(b-1)}, s_{OSTATAK}^2 = \frac{SKO_{OSTATAK}}{ab(n-1)} \quad (2.18.)$$

U modelu analize varijance s 2 promjenjiva faktora postavljaju se hipoteze [[3]]:

Po redovima:

1. $H_0: \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_a = 0$ (*nema glavnog učinka faktora A*)
 $H_1: \text{bar jedan} : \tau_i \neq 0$

Po stupcima:

2. $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_b = 0$ (*nema glavnog učinka faktora B*)
 $H_1: \text{bar jedan} : \beta_i \neq 0$

Interakcija:

3. $H_0: (\tau\beta)_{11} = (\tau\beta)_{12} = \dots = (\tau\beta)_{ab} = 0$ (*nema interakcije*)
 $H_1: \text{bar jedan} : (\tau\beta)_{ij} \neq 0$

Da bi se testirala prva hipoteza koja glasi $H_0: \tau_i = 0$, koristi se veličina

$$F = \frac{s_A^2}{s_{OSTATAK}^2} \quad (2.19.)$$

koja se ponaša po F razdiobi s ($k_b = (a-1), k_n = ab(n-1)$) stupnjeva slobode. Isto tako, testira se hipoteza po stupcima ($H_0: \beta_i = 0$) te se koristi veličina

$$F = \frac{s_B^2}{s_{OSTATAK}^2} \quad (2.20.)$$

koja se ponaša po F razdiobi s ($k_b = (b - 1), k_n = ab(n - 1)$) stupnjeva slobode. također, za hipotezu 3 koristi se sljedeća veličina

$$F = \frac{s_{AB}^2}{s_{OSTATAK}^2} \quad (2.21.)$$

koja se ponaša po F razdiobi s ($k_b = (a - 1)(b - 1), k_n = ab(n - 1)$) stupnjeva slobode. Odluke se donose zasebnom usporedbom pojedinih test veličina F s odgovarajućim teorijskim vrijednostima F_0 . Nulte hipoteze se prihvataju ukoliko je $F \leq F_0$, a ne prihvaća ukoliko je $F > F_0$ uz razinu vjerodostojnosti α .

ANOVA tablica s 2 promjenjiva faktora za izračunavanje varijable F:

Tablica 2. ANOVA tablica za 2 promjenjiva faktora [3]

Izvor varijacije	Suma kvadrata odstupanja	Stupnjevi slobode	Srednji kvadrat odstupanja	F
Faktor A (redovi)	SKO _A	a-1	s_A^2	$s_A^2/s_{OSTATAK}^2$
Faktor B (stupci)	SKO _B	b-1	s_B^2	$s_B^2/s_{OSTATAK}^2$
Interakcija	SKO _{AB}	(a-1)(b-1)	s_{AB}^2	$s_{AB}^2/s_{OSTATAK}^2$
Ostatak	SKO _{OSTATAK}	ab(n-1)	$s_{OSTATAK}^2$	
Ukupno	SKO _{ukupno}	abn-1	-	-

2.2.1. Procjena parametara modela

U modelu analize varijance testira se parametar očekivanja osnovnog skupa. Ako pretpostavimo da se ostatci, odnosno pogreška normalno distribuira te uzmemo $s_{ostatak}^2$ kao procjenu varijance osnovnog skupa σ^2 , parametar modela možemo intervalno procijeniti [1].

Intervalna procjena je bazirana na Studentovoj t – razdiobi. Stoga će intervalna procjena očekivanja μ_i osnovnog skupa i -tog uzorka uz razinu vjerodostojnosti $100(1 - \alpha)\%$ glasiti

$$\bar{y}_i - t_{\frac{\alpha}{2}, N-k} \cdot \sqrt{\frac{S_{ostatak}^2}{n}} \leq \mu_i \leq \bar{y}_i + t_{\frac{\alpha}{2}, N-k} \cdot \sqrt{\frac{S_{ostatak}^2}{n}} \quad (2.22.)$$

Vrlo često su razlike u očekivanjima od velikog značaja u primjeni analize varijance na praktične primjere. Intervalna procjena razlike očekivanja bilo kojih dvaju uzoraka, odnosno populacija definirana je izrazom

$$\bar{y}_i - \bar{y}_j - t_{\frac{\alpha}{2}, N-k} \cdot \sqrt{\frac{S_{ostatak}^2}{n}} \leq \mu_i - \mu_j \leq \bar{y}_i - \bar{y}_j + t_{\frac{\alpha}{2}, N-k} \cdot \sqrt{\frac{S_{ostatak}^2}{n}} \quad (2.23.)$$

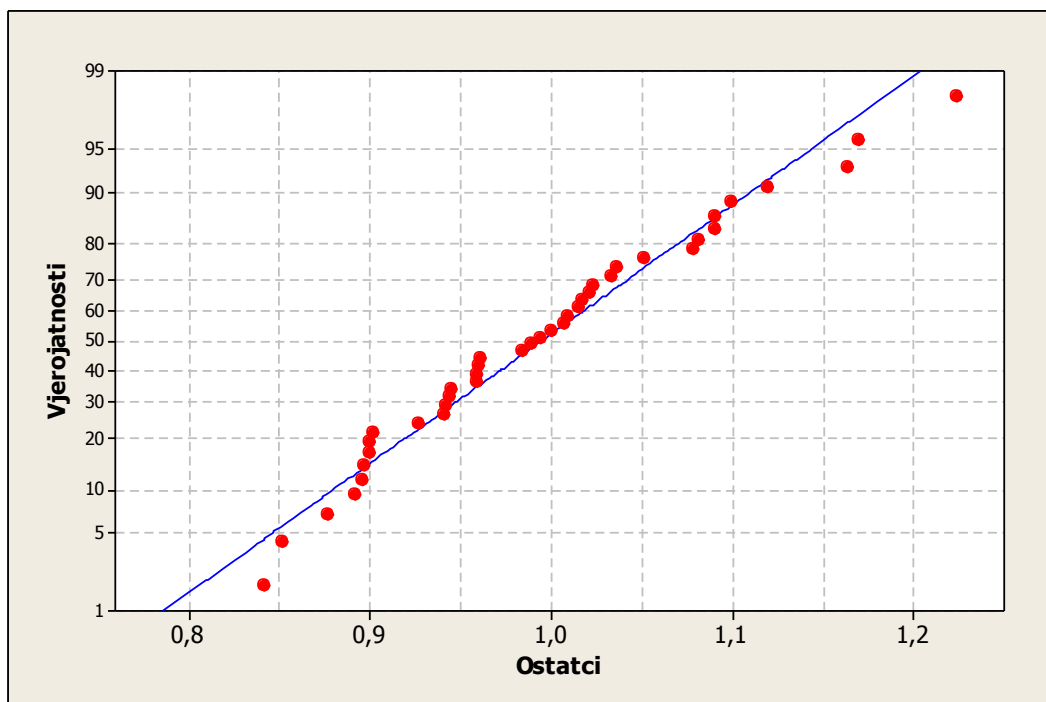
2.2.2. *Provjera adekvatnosti modela uporabom testa normalnosti ostataka*

Analiza varijance pretpostavlja kako su podaci svakog uzorka distribuirani normalno i nezavisno s istim varijancama za svaku razinu faktora. Ove pretpostavke se provjeravaju analizom ostataka, odnosno reziduala [3]. Ostatak je razlika između promatrane vrijednosti y_{ij} i njene procijenjene vrijednosti, označene kao \hat{y}_{ij} .

$$e_{ij} = y_{ij} - \hat{y}_{ij} \quad (2.24.)$$

Ukoliko je ova pretpostavka točna, može se reći kako je model analize varijance adekvatan. Ispitivanje normalnosti ostataka trebao bi biti sastavni dio svake analize varijance. Ukoliko se ostaci normalno distribuiraju, to nam govori kako strukturno ne utječu na model.

Papir vjerojatnosti normalne razdiobe jedan je od najučinkovitijih i najefikasnijih načina testiranja normalnosti ostataka. Ukoliko se ostaci normalno distribuiraju, na papiru vjerojatnosti to će se vizualizirati tako da će podaci pratiti liniju Henry-evog pravca. Ukoliko se ostaci ne distribuiraju po normalnoj razdiobi, podaci neće pratiti liniju pravca. Isto tako, analizirajući papir vjerojatnosti, fokus treba usmjeriti na središnje vrijednosti, a ne na ekstreme. Na slici 1. prikazan je papir vjerojatnosti normalne razdiobe s ostacima koji se ponašaju po normalnoj razdiobi.



Slika 1. Papir vjerojatnosti normalne razdiobe

2.3. Kontrasti između uzoraka

Mnoge metode usporedbe koriste ideju kontrasta. Pretpostavimo kako se tijekom analize varijance ustanovilo da se pretpostavljena hipoteza $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$ odbacuje, međutim nije utvrđeno koji uzorak čini razliku. Na početku eksperimenta smo pretpostavili kako se uzorci broj 3 i 4 ne razlikuju. To bi impliciralo test hipoteze

$$H_0: \mu_3 = \mu_4$$

$$H_1: \mu_3 \neq \mu_4$$

te bi linearna kombinacija suma uzoraka ove hipoteze glasila $y_3 - y_4$. Da smo pretpostavili kako se prosječno uzorci 1 i 3 ne razlikuju od prosjeka uzoraka 2 i 4, hipoteza bi glasila:

$$H_0: \mu_1 + \mu_3 = \mu_2 + \mu_4$$

$$H_1: \mu_1 + \mu_3 \neq \mu_2 + \mu_4$$

tada bi linearna kombinacija suma uzoraka glasila $y_1 + y_3 - y_2 - y_4$ [3].

Općenito, usporedba očekivanja između uzoraka u sebi sadrži linearnu kombinaciju suma

$$c = \sum_{i=1}^a c_i \cdot y_i \quad (2.25.)$$

s ograničenjem $\sum_{i=1}^a c_i = 0$. Ove linearne kombinacije nazivaju se **kontrastima**. Suma kvadrata odstupanja za svaki kontrast glasi

$$SKO_c = \frac{(\sum_{i=1}^a c_i \cdot y_i)^2}{n \cdot \sum_{i=1}^a c_i \cdot y_i} \quad (2.26.)$$

te ima 1 stupanj slobode. Budući kako SKO_c ima 1 stupanj slobode, ona je jednaka srednjem kvadratu odstupanja kontrasta: $s_{kontrast}^2 = SKO_c$

Kontrast se testira usporedbom test veličine

$$F = \frac{s_{kontrast}^2}{s_{ostatka}^2} \quad (2.27.)$$

s teorijskom vrijednošću F_0 ; nulta hipoteza se prihvća ukoliko je $F \leq F_0$, a ne prihvća ukoliko je $F > F_0$ uz razinu vjerodostojnosti α .

2.3.1. Ortogonalni kontrasti

Veoma važan poseban slučaj kontrasta su **ortogonalni kontrasti**. Dva kontrasta s koeficijentima „ c_i “ i „ d_i “ su ortogonalni ukoliko je suma umnožaka $\sum_{i=1}^a c_i \cdot d_i = 0$. Postoji mnogo načina kako se mogu odabrati ortogonalni koeficijenti kontrasta. Na primjer, ukoliko imamo 3 uzorka, od kojih je jedan kontrolni, a ostala 2 stvarne razine faktora eksperimenta, kontrasti se mogu rasporediti na sljedeće načine:

$$H_0: -2\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 = 0$$

$$H_1: \mu_2 - \mu_3 = 0$$

Uočimo kako prvi kontrast s rasporedom $c_i = -2, 1, 1$ uspoređuje prosječan utjecaj razina faktora s kontrolnim, dok kontrast $c_i = 0, 1, -1$ uspoređuje međusoban odnos dvaju razina faktora. Koeficijenti kontrasta moraju biti određeni prije provođenja eksperimenta. Ako se određuju nakon što se ispitivanjem dobiju podaci, većina ispitivača će postaviti testove hipoteze koji uspoređuju najveću uočenu razliku u očekivanju. Te velike razlike u rezultatima mogu biti posljedica stvarnih utjecaja, ili mogu biti posljedica slučajne pogreške. Ako ispitivač konstantno bira najveće razlike za usporedbu, podići će pogrešku prve vrste testa; nulta hipoteza H_0 će biti istinita, ali će je ispitivač odbaciti. [1].

2.3.2. Scheffe-ova metoda za usporedbu svih kontrasta

U mnogim eksperimentima, ispitivači ne znaju naprijed koje kontraste bi htjeli uspoređivati, ili ispitivači mogu željeti veći broj usporedbi kontrasta. Isto tako određene potencijalne usporedbe otkriju se tek nakon što se dobiju podaci eksperimenta. Scheffe (1953.) je predložio metodu za usporedbu bilo kojeg ili svih kontrasta između uzoraka, odnosno stanja pokusa [1].

Pretpostavimo da postoji niz od m kontrasta između očekivanja stanja pokusa

$$\Gamma_u = \sum_{i=1}^r c_i \cdot \mu_i, u = 1, 2, m \quad (2.28.)$$

Ukoliko su μ_1, \dots, μ_u uistinu međusobno jednaki, onda su svi kontrasti među njima jednaki 0

Kontrast Γ_u procjenjujemo preko aritmetičkih sredina

$$C_u = \sum_{i=1}^r c_i \cdot \bar{y}_i, u = 1, 2, m \quad (2.29.)$$

te onda procijenjena varijanca kontrasta glasi

$$s_c^2 = s_{ostatka}^2 \sum_{i=1}^e \frac{c_i^2}{n_i} \quad (2.30.)$$

gdje je $s_{ostatka}^2$ srednji kvadrat odstupanja ostatka u uzorku, a n_i veličina uzorka (kojim se procjenjuje μ_i). Kritična vrijednost s kojom se kontrast C uspoređuje prikazana je izrazom

$$s_{\alpha,u} = s_c \sqrt{(r-1)F_{\alpha;r-1;N-r}} \quad (2.31.)$$

Ukoliko je vrijednost $|C| > s_{\alpha,i}$, odbacuje se hipoteza kako je $\Gamma = 0$, odnosno očekivanja μ_1, \dots, μ_u nisu međusobno jednaka, uz razinu vjerodostojnosti $1 - \alpha$.

Scheffe-ova metoda također se može koristiti kako bi se formirali intervalne procjene za sve moguće kontraste između uzoraka, odnosno stanja pokusa. Intervali glase

$$C_u - s_{\alpha,u} \leq \Gamma_u \leq C_u + s_{\alpha,u} \quad (2.32.)$$

Vjerojatnost da su svi intervali istovremeno točni jest $100(1 - \alpha)\%$

2.3.3. Tukey-ov test

Vrlo često u praksi želimo usporediti samo jedan par očekivanja. Iako se ranije opisana Scheffe-ova metoda može koristiti, ona nije najpogodnija za rješavanja ovakvog problema. Recimo da nas zanimaju kontrasti u formi $\Gamma_u = \mu_i - \mu_j$ za sve $i \neq j$. Stoga ćemo postaviti hipoteze:

$$H_0: \mu_i = \mu_j$$

$$H_1: \mu_i \neq \mu_j$$

za sve $i \neq j$. Procedura Tukey-ovog testa za usporedbu parova očekivanja koristi studentiziranu veličinu raspona

$$Q = \frac{\bar{y}_{max} - \bar{y}_{min}}{\sqrt{s_{ostatka}^2/n}} \quad (2.33.)$$

gdje su \bar{y}_{max} i \bar{y}_{min} najveća i najmanja vrijednost aritmetičke sredine uzoraka. Tukey-ov test kaže, ukoliko je apsolutna vrijednost $|\bar{y}_{max} - \bar{y}_{min}|$ veća od vrijednosti T_α , hipoteza $H_0: \mu_i =$

μ_j se odbacuje uz razinu vjerodostojnosti $1 - \alpha$.

$$T_\alpha = g_\alpha(a, f) \sqrt{s_{ostatka}^2/n} \quad (2.34.)$$

gdje je $g_\alpha(a, f)$ gornja vrijednost studentizirane veličine raspona, a jest broj stanja pokusa, dok je f broj stupnjeva slobode. Vrijednost g_α se isčitava iz tablica Studentove razdiobe. Jednako tako, možemo konstruirati interval vjerodostojnosti za sve usporedbe parova

$$\bar{y}_i - \bar{y}_j - T_\alpha \leq \mu_i - \mu_j \leq \bar{y}_i - \bar{y}_j + T_\alpha \quad (2.35.)$$

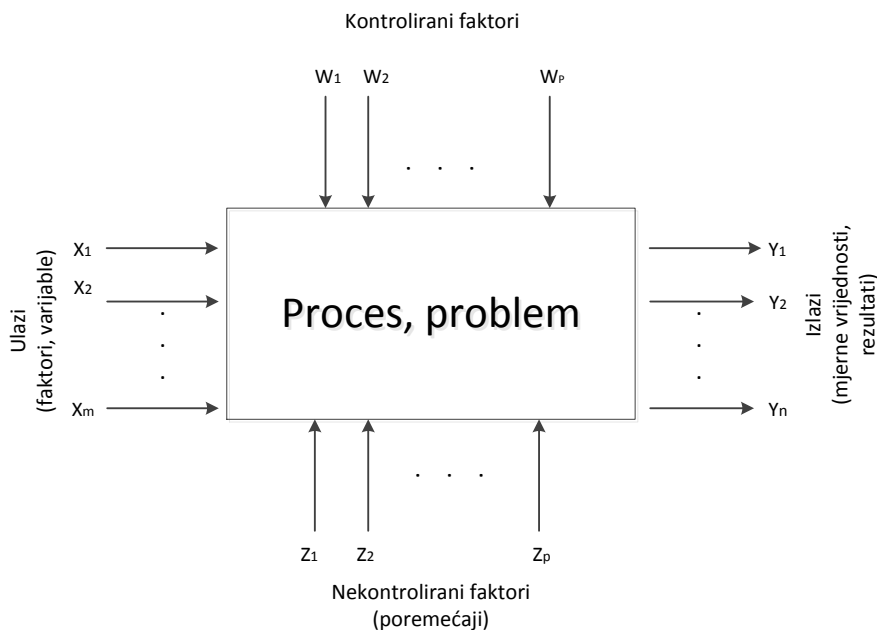
uz razinu vjerodostojnosti $1 - \alpha$.

3. PLANIRANJE POKUSA

Pokus je postupak koji se sastoji od više testova ili serija testova. Pokusi se provode u svim tehničkim i znanstvenim disciplinama te su veoma važan faktor u tumačenju sustava i procesa. No isto tako, valjanost zaključaka koji su doneseni pomoću pokusa u velikoj mjeri ovise kako je pokus proveden. Stoga, metodologija planiranja i analize pokusa (eng. *Design of experiments*) igra važnu ulogu u rješavanju problema radi kojega je istraživanje bilo inicirano [3].

Većina problema koji se pojavljuju u znanosti i tehnici zahtijevaju promatranje sustava te postupak pokusa (eksperimenta) kako bi se objasnilo zašto i kako se nešto dešava. Kvalitetno planiran pokus veoma je važan budući da rezultati i zaključci koji mogu biti doneseni na osnovi rezultata pokusa ovise u velikoj mjeru o načinu kako je pokus izveden.

Općenito, pokusi se koriste za proučavanje svojstava procesa i sustava. Proces ili sustav mogu se prikazati modelom kao na slici 2.



Slika 2. Model procesa

Proces možemo vizualizirati kao kombinaciju operacija, strojeva, metoda, ljudi i ostalih resursa koji transformiraju **ulaz** (najčešće materijal) u **izlaz** koji se sastoji od jedne ili više **promatranih odzivnih** varijabli. Neke varijable procesa su kontrolirane (w_1, w_2, \dots), dok su neke nekontrolirane (z_1, z_2, \dots), iako i one mogu biti kontrolirane ukoliko to proces zahtjeva. Ciljevi pokusa uključuju sljedeće točke [1]:

1. Odrediti koje varijable najviše utječu na izlaz Y
2. Odrediti najutjecajnije ulaze (x-eve) kako bi izlaz Y bio što bliži traženoj vrijednosti
3. Odrediti najutjecajnije ulaze (x-eve) kako bi odstupanje izlaza Y bilo minimizirano
4. Odrediti najutjecajnije ulaze (x-eve) kako bi utjecaj nekontroliranih faktora (z_1, z_2, \dots) na izlaz Y bio minimiziran

Isto tako, vrlo je važno da se planiranju pokusa pristupi i sa statističkog aspekta. Metodologija planiranja pokusa i statistička analiza podataka su usko povezane metode budući da analiza podataka direktno ovisi o kreiranom planu pokusa.

Tri osnovna principa planiranja pokusa su: **slučajnost pri izvođenju pokusa** (*eng. randomization*), **ponavljanje** (*eng. replication*) i **blokovi** (*eng. blocking*). **Slučajnost pri izvođenju pokusa** jest temelj upotrebe statističke analize u pokusu. Pod time se smatra slučajan odabir razina faktora i slučajan redoslijed izvođenja pokusa. Statističke metode zahtijevaju da zapažanja budu nezavisno distribuirane slučajne varijable, a slučajnost pri izvođenju pokusa čini tu pretpostavku važećom. Ispravno uvođenje slučajnosti u pokus također pomaže pri ublažavanju utjecaja stranih faktora na rezultat mjernih vrijednosti. Ponekad ispitivači zahtijevaju potpunu slučajnost pri izvođenju pokusa i tamo gdje je to vrlo teško. No, u takvim situacijama to bi zahtijevalo mnogo više novaca i vremena, te se može primijeniti djelomična slučajnost pri izvođenju pokusa.

Pod **ponavljanjem** se podrazumijeva nezavisno ponavljanje svih kombinacija razina faktora. Ponavljanje ima dva važna svojstva: prvo, pomaže ispitivaču da može procijeniti pogrešku pokusa. Ta pogreška pokusa postaje osnovna jedinica za mjerenje da li su zabilježena odstupanja podataka uistinu statistički značajna. Također, ukoliko se izmjereni rezultati koriste kao nepristrane procjene parametara osnovnog skupa, ponavljanje pridonosi njihovoj točnijoj i preciznijoj procjeni.

Tehnika **blokova** služi kako bi se povećala preciznost s kojom se uspoređuju međusobni faktori. Također, blokovi služe kako bi se minimalizirao ili u potpunosti eliminirao utjecaj

nepoželjnih faktora, tj. faktora koji nas eksperimentalni ne zanimaju, a koji bi mogli utjecati na odziv izlaznih varijabli.

Kako bi se u planiranju i analizi pokusa statistički pristup kvalitetno primijenio, potrebno je imati jasnu sliku procesa, odnosno problema. Također, treba jasno biti određen način prikupljanja podataka iz pokusa, te bi trebalo postojati barem kvalitativno razumijevanje načina analize prikupljenih podataka.

U literaturi [1] navedena je preporučena procedura pri planiranju pokusa:

1. Definirati problem i cilj istraživanja
2. Odabrati utjecajne faktore i njihove razine
3. Odabrati mjerene vrijednosti (izlazne varijable)
4. Odabrati model pokusa
5. Izvesti pokus (predpokus, glavni pokus)
6. Analizirati rezultate
7. Formulirati zaključke i prijedloge

3.1. Strategija pokusa

Kao što se može vidjeti, pokus često sadrži više faktora. Općenito, cilj čovjeka koji provodi pokus jest odrediti utjecaj tih faktora na izlazne varijable, odnosno mjerene vrijednosti. Generalni pristup planiranju i izvođenju pokusa zove se **strategija pokusa**. Postoji nekoliko strategija pokusa te izvođač pokusa izabire strategiju za koju smatra da je prihvatljiva za postojeći problem. Strategije poput **Strategije najboljeg pogađanja** (*eng. Best-guess approach*) učestalo se koriste u praksi. Budući kako ispitivači često imaju odlično teoretsko, ali i praktično znanje sustava koje proučavaju, ova strategija često daje odlične rezultate. Međutim, ona ima i nedostatke. Prvo, ukoliko početno pogađanje nije bilo uspješno, ispitivač mora nastavljati pogađati točnu kombinaciju faktora i to se može odužiti kroz duže vrijeme. Drugo, ukoliko početno pogađanje faktora dovede ispitivača do prihvatljivih rezultata, on mora prestati s pokusom ne znajući da li su to najbolji mogući rezultati.

Strategija Variranje jednog faktora kroz vrijeme (*eng. One-factor-at-a-time approach*) također se naširoko koristi u praksi. Ova strategija se sastoji od početne točke, ili početne linije faktora, i zatim se uzastopno varira svaki faktor dok se ostali faktori drže konstantnim na početnoj liniji. Ova strategija ima veliki nedostatak; ona ne uzima u obzir bilo kakvu moguću interakciju između faktora [1].

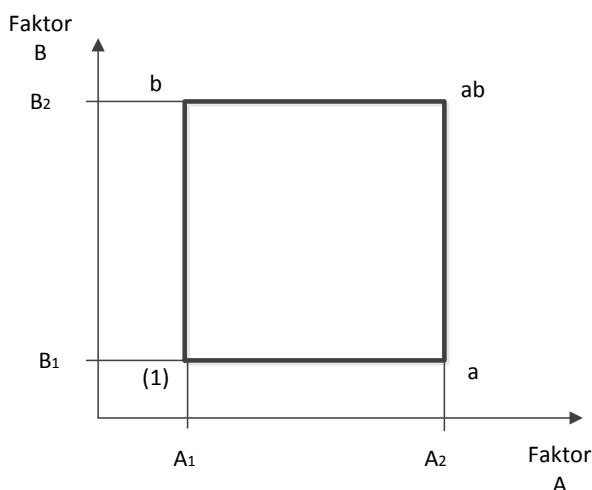
Budući kako ove strategije imaju velike nedostatke u procesima s više od jednog faktora, najbolji način rješavanja procesa s više faktora jest primjena **faktorskog plana pokusa**. Ta će se strategija pokusa razraditi u daljnjem dijelu rada.

3.2. Faktorski planovi pokusa

Faktorski plan pokusa je strategija pokusa u kojoj se faktori variraju istovremeno, umjesto pojedinačno. Faktorski planovi pokusa pogodni su za istraživanje utjecaja 2,3,4 ili više faktora, te je odabrane faktore moguće ispitivati na 2 ili više razina.

3.2.1. 2^k faktorski planovi pokusa

Oznaka plana fokusa jest 2^k gdje k označava broj faktora, a 2 broj razina faktora. Plan pokusa se može grafički prikazati kao kvadrat s 4 kombinacije faktora, odnosno stanja pokusa koji tvore 4 vrha kvadrata.



Slika 3. Prikaz stanja pokusa 2^2

Kao što je prikazano na slici 3., u označavanju kombinacija razina faktora koristi se poseban način označivanja. Ukoliko je u oznaci stanja pokusa prisutno malo slovo faktora, odgovarajući faktor zastupljen je na višoj razini. Ukoliko nema slova faktora, faktor je zastupljen na nižoj razini. Kombinacija gdje su oba faktora prisutna na nižoj razini označava se s (1). Ovakav sustav označivanja koristi se u svim 2^k pokusima. Na primjeru iz literature [3] prikazat će se primjena jednostavnog faktorskog plana pokusa 2^2 ; pokus s 2 promjenjiva faktora na 2 razine.

Stoga, ako imamo dva faktora A i B s a razina faktora A te b razina faktora B , svako ponavljanje sadrži sve ab kombinacije razina faktora. Utjecaj faktora definiran je kao promjena u odzivnoj varijabli uzrokovana promjenom razine faktora. To se naziva **glavni efekt** jer se odnosi na primarne faktore u pokusu. U Tablica 3. prikazana su dva faktora A i B , svaki sa dvije razine (A_1, A_2 i B_1, B_2).

Tablica 3. Faktorski pokus 1

Rezultat y_{ij}	B_1	B_2
A_1	10	20
A_2	30	40

Efekti koji su od značaja u 2^2 planu pokusa jesu glavni efekti faktora A i B te faktor interakcije AB .

Glavni efekt faktora A jest razlika između prosječnog rezultata y na razini 2 te prosječnog rezultata na razini 1

$$A = \bar{y}_{A2} - \bar{y}_{A1} = \frac{ab + a - b - (1)}{2} = \frac{40 + 30 - 20 - 10}{2} = 20 \quad (3.1.)$$

što znači da promjena razine faktora A s 1 na 2 uzrokuje prosječan porast rezultata za 20 jedinica. Isto tako, glavni efekt faktora B jest

$$B = \bar{y}_{B2} - \bar{y}_{B1} = \frac{ab - a + b - (1)}{2} = \frac{40 - 30 + 20 - 10}{2} = 10 \quad (3.2.)$$

Efekt interakcije jest razlika između prosjeka dijagonala, tj.

$$AB = \frac{ab - a - b + (1)}{2} = \frac{40 - 30 - 20 + 10}{2} = 0 \quad (3.3.)$$

U ovom slučaju vidimo kako je efekt interakcije jednak nuli, što znači kako istovremena promjena faktora A i B ne utječe na vrijednost rezultata y . Promotrimo sada sljedeći primjer pokusa s 2 faktora:

Tablica 4. Faktorski pokus 2

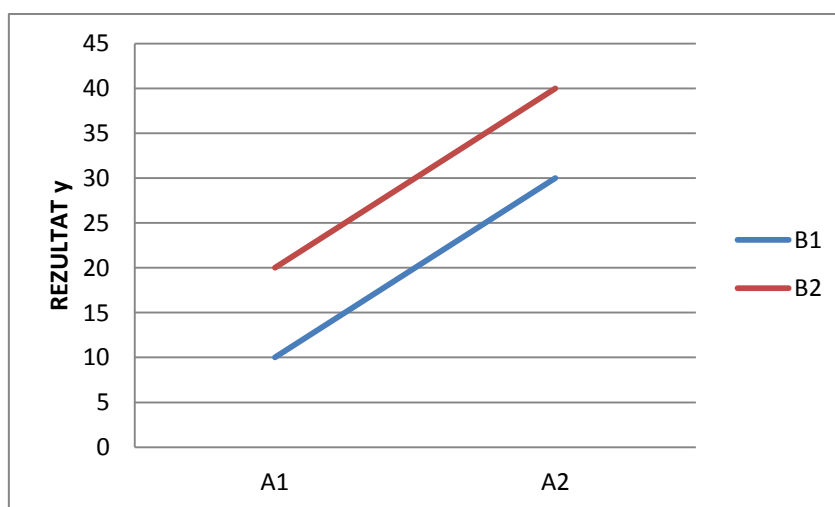
Rezultat y_{ij}	B_1	B_2
A_1	10	20
A_2	30	0

Glavni efekti faktora su: $A = 0$, $B = -10$, dok je efekt interakcije

$$AB = \frac{20 + 30}{2} - \frac{10 + 0}{2} = 20 \quad (3.4.)$$

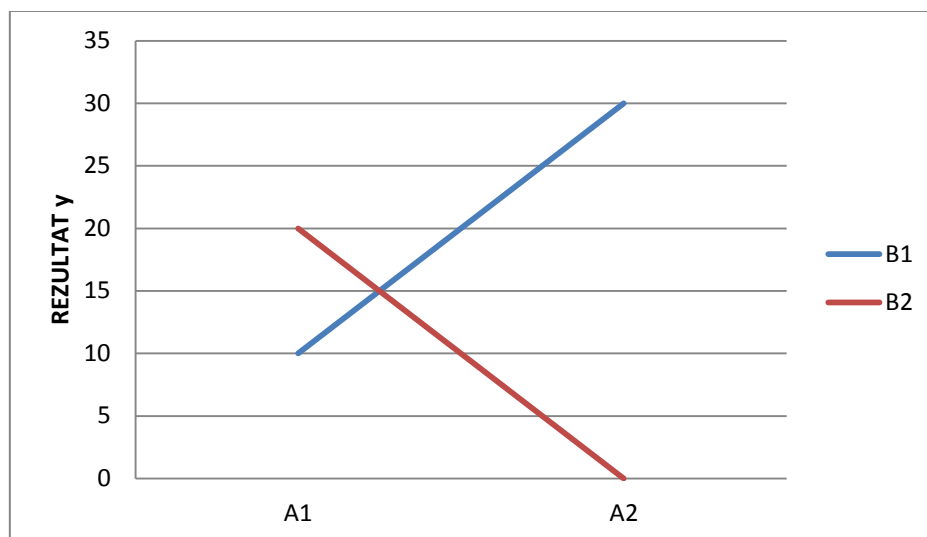
Kao što vidimo, efekt interakcije iznosi -20, što znači kako istovremena promjena faktora A i B utječe na vrijednost rezultata y , tj. uzrokuje prosječan porast rezultata za 20 jedinica. Kada postoji efekt interakcije, važnost glavnih efekta faktora koji sudjeluju u interakciji nisu više toliko važni, odnosno nemaju toliko utjecaj na vrijednost rezultata ($A = 0$).

Koncept interakcije može biti grafički prikazan na više načina.



Slika 4. Faktorski pokus, bez interakcije

Na slici 4. vidi se kako su linije B_1 i B_2 paralelne, što nam govori kako faktori A i B međusobno nemaju značajne interakcije.



Slika 5. Faktorski pokus, s interakcijom

Na slici 5. linije B_1 i B_2 nisu paralelne, što indicira kako postoji interakcije između faktora A i B .

4. REGRESIJA

Regresija je statistička metoda pomoću koje se utvrđuje analitički izraz koji u određenom smislu najbolje predočuje povezanosti dvaju ili više varijabli. Regresiju možemo podijeliti na *jednostavnu*, u kojoj jedna zavisna varijabla ovisi o jednoj nezavisnoj varijabli, i na *višestruku*, u kojoj zavisna varijabla ovisi o 2 ili više nezavisnih varijabli.

Povezanost dvaju varijabli može se opisati različitim oblicima:

- Linearna povezanost: $y = ax + b$
- Krivolinijska:
 - $y = ae^{bx}$
 - $y = a + b \ln x$
 - $y = ab^x$

Cilj regresijske analize je utvrditi *smjer*, *oblik* i *jačinu* veze između analiziranih pojava. Smjer veze može biti pozitivan ili negativan, oblik veze je definiran oblikom matematičke funkcije koja predstavlja deterministički dio modela regresije, dok se jačina veze određuje analizom slučajne varijable regresijskog modela. Slučajnom varijablom se predočuju nesistemski utjecaji, odnosno utjecaji pojava koje nisu uključene u model. Osnovni problem ove metode je odrediti koeficijente regresije a i b [4].

4.1. Model jednostavne linearne regresije

U modelu jednostavne linearne regresije vrijednost zavisne varijable y je linearna kombinacija nezavisne varijable x , parametara modela α i β i varijable e koja izražava nesistematske utjecaje na zavisnu varijablu y . kada bi odnos među varijablama bio deterministički, svaka bi vrijednost varijable e bila jednaka nuli.

Opći oblik modela je :

$$y_i = \alpha + \beta x_i + e \quad (4.1.)$$

Jednadžba pravca je određena ako su poznati parametri α i β . Oni su nepoznati i njih procjenjujemo. Neka su a i b procjene parametara, a procjene nepoznatih vrijednosti e jednake e_i . Tada model linearne regresije s procijenjenim parametrima glasi

$$\hat{y}_i = a + bx_i \quad (4.2.)$$

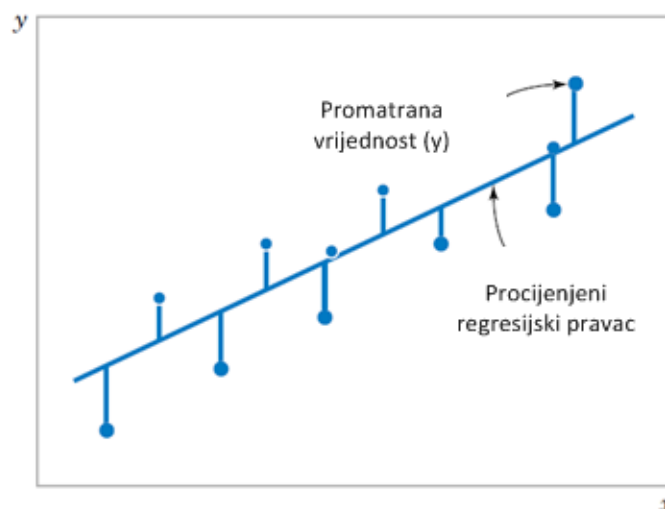
Dok je odstupanje ostatka jednako razlici procijenjene vrijednosti varijable \hat{y}_i i stvarne vrijednosti y_i

$$e_i = \hat{y}_i - y_i \quad (4.3.)$$

Parametri procijenjenog modela se određuju tako da odstupanja izmjerenih vrijednosti od procijenjene vrijednosti zavisne varijable pomoću modela budu što manja. Postoji više metoda, a najčešće se koristi **metoda najmanjih kvadrata**. Metoda najmanjih kvadrata sastoji se u određivanju onih procjena parametara za koje je suma kvadrata odstupanja procijenjenih i originalnih vrijednosti, tj. zbroj kvadrata ostataka minimalan. Metodom se dolazi do izraza za parametre

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{SKO_{xy}}{SKO_{xx}}, a = \bar{y} - b\bar{x} \quad (4.4.)$$

Odstupanja ostataka e osnovica su za prosudbu reprezentativnosti regresije. Oni opisuju pogrešku odstupanja izmjerenih podataka od procijenjenog regresijskog modela. Također, odstupanja ostataka se koriste za procjenu adekvatnosti modela, što će biti objašnjeno kasnije u radu.



Slika 6. Odstupanja podataka od procijenjenog regresijskog modela[3]

Pomoću njih se izračunava još jedan nepoznati parametar u regresijskom modelu - varijanca, odnosno standardna devijacija regresije. Za računanje varijance regresije koristi se suma kvadrata odstupanja ostataka

$$SKO_E = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (4.5.)$$

Izraz za nepristranu procjenu varijance regresije $\hat{\sigma}^2$ glasi

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{SKO_E}{n - 2} \quad (4.6.)$$

Dok je standardna devijacija pozitivni drugi korijen iz varijance regresije. Standardna devijacija nam pokazuje koliko je prosječno odstupanje stvarnih vrijednosti zavisne varijable od regresijskih vrijednosti u mjernim jedinicama zavisne varijable. Koeficijent varijacije regresije je omjer standardne devijacije i aritmetičke sredine pomnožen sa sto [4].

$$V_{\hat{y}} = \frac{\hat{\sigma}}{\bar{y}} 100 \quad (4.7.)$$

4.1.1. Testiranje hipoteza o jednostavnoj regresiji

Važan dio u procjenjivanju adekvatnosti regresijskog modela jest testiranje statističkih hipoteza o parametrima modela te konstruiranje određenih intervala vjerodostojnosti. Kako bi testirali hipoteze o parametrima modela α i β , moramo postaviti pretpostavku kako je komponenta pogreške e u modelu normalno distribuirana. Prema tome, potpune pretpostavke glase kako su pogreške u modelu nezavisno i normalno distribuirane s očekivanjem 0 i varijancom σ^2 [3].

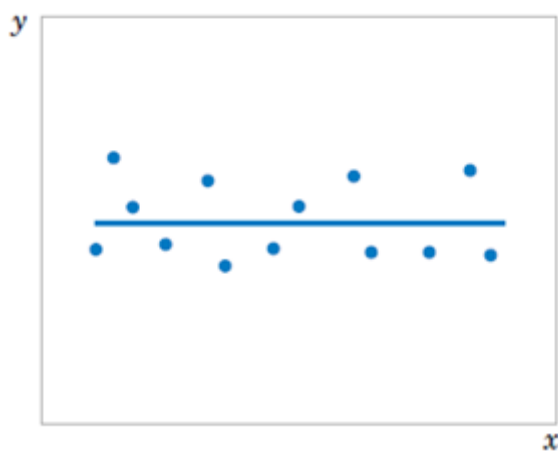
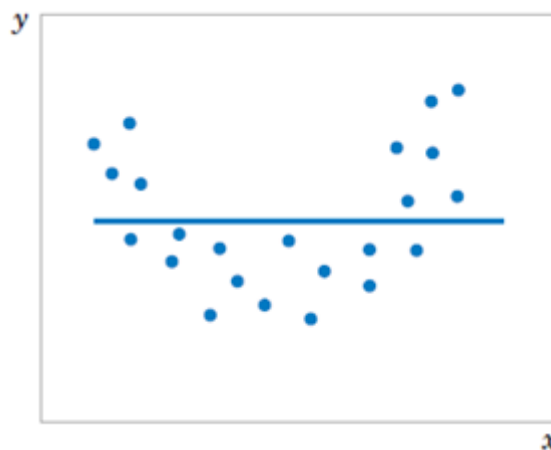
Korištenje t – testa

Želimo testirati hipoteze $H_0: \beta = 0$ i $H_1: \beta \neq 0$

Hipoteze se testiraju pomoću veličine

$$t = \frac{b}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{SKO_{xx}}}} \quad (4.8.)$$

koja se ponaša po t razdiobi s $n - 2$ stupnjeva slobode. Odluka se donosi usporedbom test veličine t s teorijskom vrijednošću $t_{\frac{\alpha}{2}, n-2}$. Nulta hipoteza se prihvaća ukoliko je $|t| \leq t_{\frac{\alpha}{2}, n-2}$, a ne prihvaća ukoliko je $|t| > t_{\frac{\alpha}{2}, n-2}$ uz razinu vjerodostojnosti α . Gore pretpostavljene hipoteze odnose se na značajnost regresije.

Slika 7. Procjenitelj varijable $\hat{y} = \bar{Y}$ [3]

Slika 8. Veza između varijabli nije linearna [3]

Prihvatanje hipoteze H_0 implicira da varijabla x ima mali značaj u opisivanju varijable y i da je najbolji procjenitelj varijable Y sama vrijednost $\hat{y} = \bar{Y}$ (Slika 7.) ili da oblik veze između varijabli nije linearan (Slika 8.)

Testiranje značajnosti regresije analizom varijance

Metoda analize varijance može se koristiti pri testiranju značajnosti regresije. Budući da je ta metoda već objašnjena u radu, ovdje će se ukratko prikazati njena primjena na testiranju značajnosti regresije. Metoda razdvaja ukupnu varijabilnost odzivne varijable na korisne komponente koje se koriste u testu:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 + \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (4.9.)$$

Dvije komponente na desnoj strani jednadžbe 4.9. pokazuju iznos varijabilnosti u y_i koja je opisana regresijskim pravcem, te varijabilnost ostatka koji je ostao neobjašnjen regresijskim pravcem. Uobičajeno, oni se nazivaju suma kvadrata odstupanja regresije te suma kvadrata odstupanja ostataka. Simbolički, jednadžba 4.9. može se prikazati kao

$$SKO_{ukupno} = SKO_R + SKO_E \quad (4.10.)$$

Sume kvadrata odstupanja podijeljene s odgovarajućim i pripadajućim stupnjem slobode tvoje srednji kvadrat odstupanja. Srednji kvadrati odstupanja koriste se pri određivanju test veličine

$$F = \frac{SKO_R/1}{SKO_E/(n-2)} = \frac{s_R^2}{s_E^2} \quad (4.11.)$$

koja se ponaša po F razdiobi s ($k_b = n_1 - 1, k_n = n_2 - 1$) stupnjeva slobode. Odluka se donosi usporedbom test veličine F s teorijskom vrijednošću F_0 . Nulta hipoteza se prihvaća ukoliko je $F \leq F_0$, a ne prihvaća ukoliko je $F > F_0$ uz razinu vjerodostojnosti α .

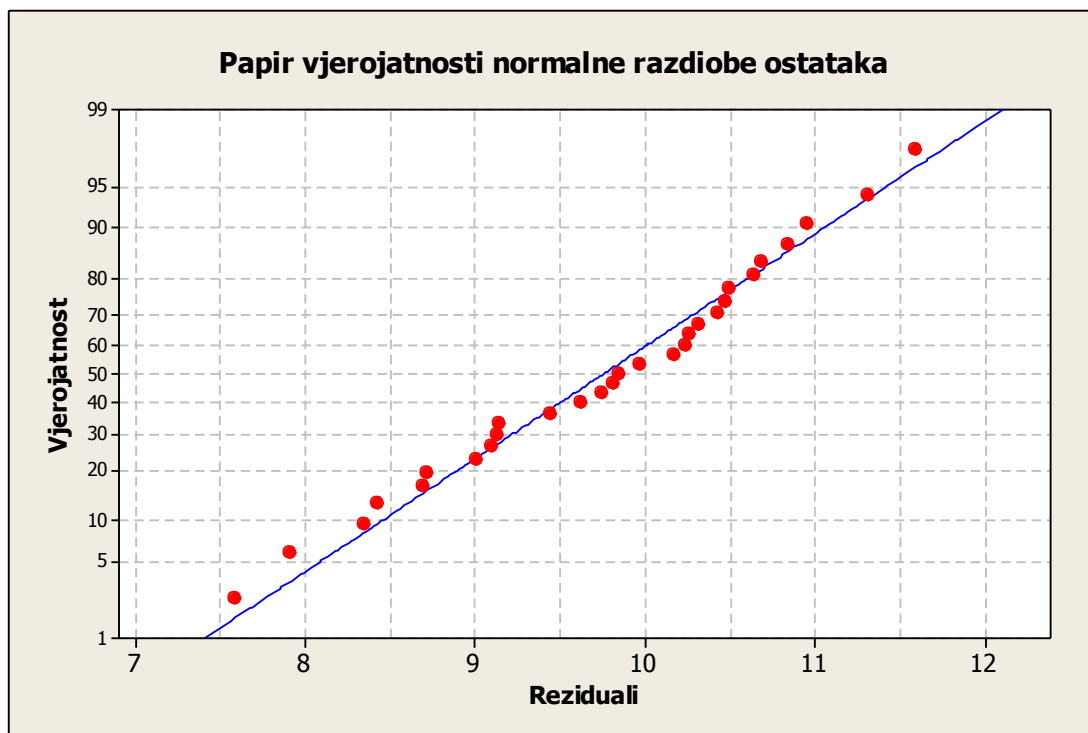
4.1.2. Provjera adekvatnosti modela jednostavne regresije

Kao što je objašnjeno u poglavlju jednostavne regresije, za primjenu regresijskog modela potrebno je nekoliko pretpostavki. Pri korištenju regresijskog modela, uvijek treba uzimati u obzir ispravnost tih pretpostavki te treba provoditi analize koje služe za provjeru adekvatnosti modela.

Analiza ostataka

Ostatci regresijskog modela su $e_i = y_i - \hat{y}_i, i = 1, 2, \dots, n$ gdje je y_i stvarna vrijednost varijable y , dok je \hat{y}_i odgovarajuća vrijednost iz regresijskog modela. Analiza ostataka je često korisna u provjeravanju pretpostavke da se pogreške približno normalno distribuiraju uz

očekivanje 0 i konstantu varijancu, i u određivanju dodatnih uvjeta koji bi pridonijeli kvaliteti regresijskog modela. Papir vjerojatnosti normalne razdiobe jedan je od najučinkovitijih i najefikasnijih načina testiranja normalnosti ostataka. Kao što je već opisano i prikazano u poglavlju adekvatnosti modela analize varijance, ukoliko podaci prate liniju Henry-evog pravca, to znači kako se ponašaju po normalnoj razdiobi.



Slika 9. Prikaz analize ostataka papirom vjerojatnosti normalne razdiobe

Ostatci se mogu i standardizirati preko formule

$$d_i = \frac{e_i}{\sqrt{\hat{\sigma}^2}}, i = 1, 2, \dots, n \quad (4.12.)$$

Ako su ostatci normalno distribuirani, približno 95% standardiziranih ostataka nalazit će se u intervalu $(-2, +2)$. Ostatci koji se nalazi izvan intervala mogu indicirati na prisutnost ekstremnih podataka (*eng. outlier*). Često se ti podaci automatski odbacuju prilikom analiziranja ostataka, međutim oni mogu ukazivati na neke neuobičajene okolnosti koje mogu biti od interesa istraživaču, te ih ne treba automatski odbacivati.

Koeficijent determinacije

Koeficijent determinacije se često koristi kao pokazatelj adekvatnosti regresijskog modela. To je broj koji ukazuje na to u kolikoj mjeri (%) ispitivana nezavisno promjenjiva veličina x utječe na zavisno promjenjivu veličinu y [5].

$$R^2 = \frac{SKO_{regresije}}{SKO_{ukupno}} = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (4.13.)$$

Koeficijent determinacije predstavlja odnos suma kvadrata odstupanja objašnjene regresijskom funkcijom te sveukupne sume kvadrata odstupanja. U pravilu, što je koeficijent determinacije bliži jedinici, model je reprezentativniji. Iznos koeficijenta determinacije može biti u intervalu $0 \leq R^2 \leq 1$. Što je taj koeficijent bliži 1, to znači da je manja vrijednost sume kvadrata odstupanja ostataka, pa tako i rasipanje vrijednosti oko pravca regresije.

4.2. Model višestruke regresije

Model višestruke regresije se koristi kada analitički želimo predočiti statističku kovarijaciju jedne varijable s pomoću dviju ili više varijabli.

Opći oblik modela višestruke linearne regresije je:

$$y_i = \alpha + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_j x_{ij} + e \quad (4.14.)$$

Jednadžba pravca, odnosno funkcija regresijskog modela je određena ako su poznati parametri α i $\beta_j, j = 1, 2, \dots, K$. No oni su nepoznati i njih procjenjujemo i tada procijenjeni regresijski model glasi

$$\hat{y}_i = a + b_1 x_{i1} + b_2 x_{i2} + \dots + b_j x_{ij} + b_K x_{iK} \quad (4.15.)$$

Procjena parametra a naziva se konstantnim članom. To je vrijednost regresijske funkcije uzorka ako su vrijednosti K nezavisnih varijabli jednake nuli.

$b_j, j = 1, 2, \dots, K$ su *regresijski koeficijenti*. Regresijski koeficijent b_j pokazuje za koliko se linearno u prosjeku mijenja vrijednost zavisne varijable Y ako se varijabla X_j poveća za jedan, a vrijednosti preostalih nezavisnih varijabli ostanu nepromijenjene. Kao i u jednostavnom linearnom modelu, za određivanje parametara procijenjenog modela koristi se metoda najmanjih kvadrata. Suma kvadrata odstupanja ostataka dana je izrazom

$$\sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (4.16.)$$

odnosno:

$$SQ = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - b_1 x_{i1} - b_2 x_{i2} - \dots + b_j x_{ij} + b_K x_{iK})^2 \quad (4.17.)$$

Do minimuma navedenog izraza dolazi se tako da se $(K+1)$ parcijalna derivacija

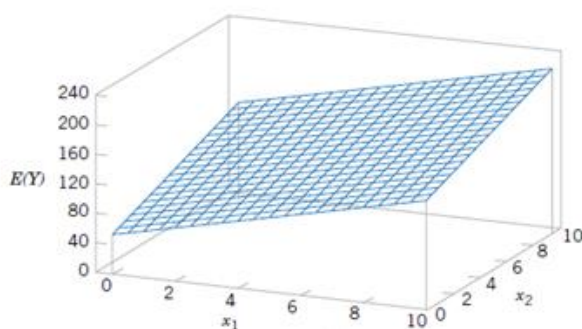
$$\frac{\partial SQ}{\partial a}, \frac{\partial SQ}{\partial b_1}, \frac{\partial SQ}{\partial b_2}, \dots, \frac{\partial SQ}{\partial b_j}, \dots, \frac{\partial SQ}{\partial b_K} \quad (4.18.)$$

Izjednači s nulom, čime se dolazi do sustava $(K+1)$ -ne linearne jednadžbe. Na temelju sustava tih linearnih jednadžbi dolazi se do parametara procijenjenog regresijskog modela određenog izrazom 4.15. [4].

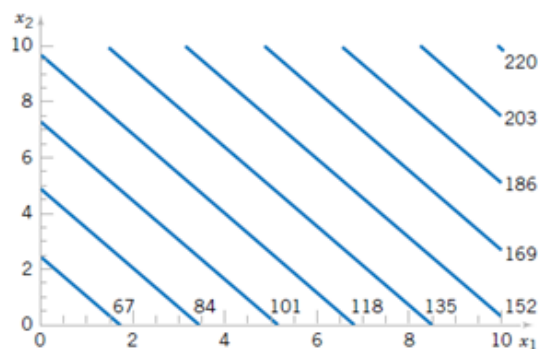
Nepistrana procjena varijance višestrukog regresijskog modela jest omjer sume kvadrata odstupanja ostataka i broja stupnjeva slobode $n - (K + 1)$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - (K + 1)} \quad (4.19.)$$

Slika 10. prikazuje regresijsku plohu, linije varijable Y kao funkciju nezavisnih varijabli x_1 i x_2 . Slika 11. prikazuje konturni dijagram regresijskog modela,. Ovdje se vidi kako su linije kontura varijable Y ravne linije.



Slika 10. Regresijska ploha [3]



Slika 11. Konturni dijagram regresijskog modela [3]

Modeli višestruke linearne regresije često se koriste kao funkcije predviđanja. Recimo, prava funkcionalna veza između zavisne varijable Y i nezavisnih varijabli x_1 i x_2 je nepoznata, ali u određenim rasponima nezavisnih varijabli linearni regresijski model adekvatno procjenjuje vrijednost zavisne varijable Y .

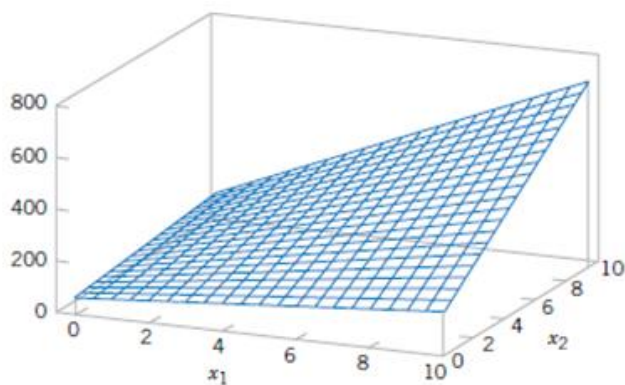
Modeli koji uključuju interakciju također mogu biti analizirani pomoću višestruke linearne regresije. Interakcije između 2 varijable može biti prikazana kao umnožak varijabli u modelu, kao

$$Y = \alpha + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{12} x_1 x_2 + e \quad (4.20.)$$

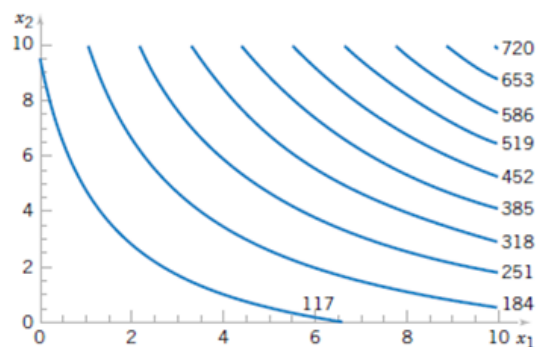
Ako uvrstimo $x_3 = x_1 x_2$ i $\beta_3 = \beta_{12}$ jednažba 4.20. može se napisati kao

$$Y = \alpha + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + e \quad (4.21.)$$

što je prikaz višestrukog linearnog modela. Slika 12. i Slika 13. pokazuju 3D prikaz regresijskog modela $E(Y)=50+10x_1+7x_2+5x_1x_2$ i odgovarajući 2D prikaz (konturni dijagram) regresijskog modela. Može se primijetiti, iako je model linearan, regresijska ravnina generirana modelom nije linearna. Općenito, svaki regresijski model koji je linearan po svojim parametrima je linearan regresijski model, bez obzira na oblik površine koju generira [3].



Slika 12. 3D prikaz regresijskog modela [3]



Slika 13. Konturni dijagram regresijskog modela [3]

4.2.1. Testiranje hipoteza o višestrukoj regresiji

Prvi korak u statističkoj analizi modela višestruke regresije sastoji se u procjeni parametara i to je prikazano u prethodnom poglavlju. Analizira li se model sa stajališta inferencijalne statistike, na postupak procjena parametara po pravilu se nadovezuje postupak testiranja hipoteza o modelu. procjene parametara modela nemaju mnogo značenja ukoliko nije prosuđena njihova kvaliteta provođenjem testova.

Postoji veći broj različitih testova, ali najčešće se rabe ovi testovi [3]:

1. Test značajnosti regresije, odnosno značajnosti svih parametara u modelu
2. Test o značajnosti jednog parametra (jedne regresorske varijable u modelu)

Postupci testiranja hipoteza o modelu višestruke regresije počivaju na statističko-teorijskim rezultatima, koji se izvedu iz načela testiranja statističkih hipoteza te specificiranih svojstava regresijskog modela.

Test značajnosti regresije

Test o značajnosti regresije je test značajnosti prisutnosti svi regresorskih varijabli u modelu i naziva se još i *skupni test*. Ovaj test oslanja se na sljedeće hipoteze:

$$H_0 \dots \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_j = \dots = \beta_K = 0; H_1 \dots \nexists \beta_j \neq 0, j = 1, 2, \dots, K$$

U nultoj hipotezi sadržana je tvrdnja da nijedna regresorska varijabla nije značajna u modelu, tj. da su svi parametri uz regresorske varijable u modelu jednaki nuli. Alternativna hipoteza sadrži suprotnu tvrdnju, odnosno da postoji barem jedna od K regresorskih varijabli koja je značajna za objašnjenje varijabilnosti zavisne varijable, tj. da postoji barem jedan parametar β_j od njih K koji je različit od nule. Test veličina je F - omjer:

$$F = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 / (n - (K + 1))} = \frac{SKO_R/1}{SKO_E/(n - (K + 1))} = \frac{s_R^2}{s_E^2} \quad (4.22.)$$

U brojniku omjera se nalazi srednji kvadrat odstupanja regresije, dok se u nazivniku nalazi srednji kvadrat odstupanja ostataka. Ako je nulta hipoteza istinita, tada se može pokazati da se test veličina distribuira po F -razdiobi s K i $n - (K + 1)$ stupnjeva slobode. Teorijska vrijednost jest $F_{\alpha, [K, n-(K+1)]}$. Ukoliko je test veličina manja od teorijske vrijednosti $F < F_{\alpha, [K, n-(K+1)]}$, tada se prihvaća hipoteza H_0 , a ukoliko je $F > F_{\alpha, [K, n-(K+1)]}$, tada se hipoteza H_0 odbacuje, uz razinu vjerodostojnosti α [3].

Test o značajnosti jednog parametra (jedne regresorske varijable u modelu)

Testiranje hipoteze o značajnosti parametra β_j (regresorske varijable x_j) u modelu višestruke regresije provodi se na više ekvivalentnih načina. Test o značajnosti parametra može biti dvostran ili jednostran. Hipoteze i načini donošenja odluka dani su u tablici 5.

Tablica 5. Način donošenja odluka [3]

Vrsta testa	Nulta hipoteza	Alternativna hipoteza	Područje prihvatanja nulte hipoteze	Područje odbacivanja nulte hipoteze
Dvostran	$H_0 \dots \beta_j = 0$	$H_1 \dots \beta_j \neq 0$	$ t < t_{\alpha/2}$	$ t > t_{\alpha/2}$
Jednostran, na gornju granicu	$H_0 \dots \beta_j \leq 0$	$H_1 \dots \beta_j > 0$	$t < t_{\alpha}$	$t > t_{\alpha}$
Jednostran, na donju granicu	$H_0 \dots \beta_j \geq 0$	$H_1 \dots \beta_j < 0$	$t > -t_{\alpha}$	$t < -t_{\alpha}$

Nulta hipoteza sadrži tvrdnju da je parametar β_j jednak nuli, tj. da je varijabla x_j u modelu suvišna. Alternativna hipoteza sadrži suprotnu tvrdnju. Test veličina jest

$$t = \frac{\beta_j - 0}{\sigma_{\beta_j}} \quad (4.23.)$$

koja se distribuira po Studentovoj distribuciji s $n-(K+1)$ stupnjeva slobode. odluka se donosi usporedbom test veličine s teorijskom vrijednošću $t_{\alpha/2}$, odnosno t_{α} , na način predložen u tablici 5., uz razinu vjerodostojnosti α . Također se može primijeniti i F -test, u kojem je slučaju test veličina

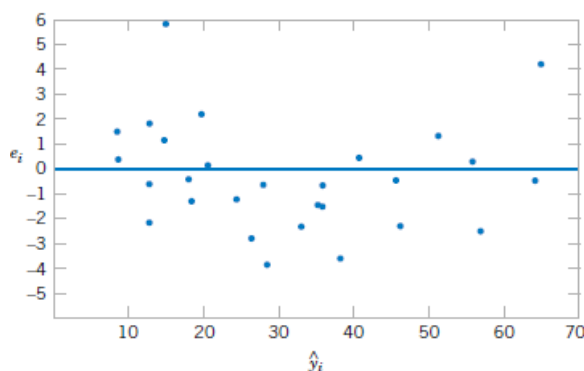
$$F = \left[\frac{\beta_j}{\sigma_{\beta_j}} \right]^2 \quad (4.24.)$$

koja pripada F -razdiobi sa 1, $n-(K+1)$ stupnjeva slobode. odluka se donosi usporedbom test veličine s teorijskom vrijednošću F -distribucije na uobičajeni način.

4.2.2. Provjera adekvatnosti modela

Analiza ostataka

Ostatci u višestrukom regresijskom modelu su definirani kao $e_i = y_i - \hat{y}_i$. Oni imaju važnu ulogu u procjenjivanju adekvatnosti modela kao i u jednostavnom regresijskom modelu. uz već objašnjeni prikaz ostataka na papiru vjerojatnosti normalne razdiobe, korisno je i prikazati ostatke uz varijable koji su mogući kandidati za uključivanje u regresijski model. Obrasci koji se ponavljaju u tom prikazu mogu ukazivati kako se model može poboljšati dodavanjem određene varijable u model.



Slika 14. Prikaz ostataka i varijable y_i [3]

Često se koriste i standardizirani ostatci

$$d_i = \frac{e_i}{\sqrt{\hat{\sigma}^2}}, i = 1, 2, \dots, n \quad (4.25.)$$

Standardizirani ostaci imaju prednost zbog prikaza u takvom mjerilu, tako da je njihova standardna devijacija približno jednaka.

Koeficijent determinacije i korigirani koeficijent determinacije

Koeficijent determinacije također se koristi kao mjera s kojom se procjenjuje adekvatnost višestrukog regresijskog modela. Koeficijent determinacije predstavlja odnos suma kvadrata odstupanja objašnjene regresijskom funkcijom te sveukupne sume kvadrata odstupanja.

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} = \frac{SKO_{regresije}}{SKO_{ukupno}} = 1 - \frac{SKO_{reziduala}}{SKO_{ukupno}} \quad (4.26.)$$

Mnogi istraživači preferiraju korištenje korigiranog koeficijenta determinacije:

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{n-1}{n-(K+1)}(1-R^2), \bar{R}^2 \leq R^2 \quad (4.27.)$$

Izraz 4.27. može se zapisati i kao

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{SKO_{reziduala}/(n-(K+1))}{SKO_{ukupno}/(n-1)} \quad (4.28.)$$

Budući da je $SKO_{reziduala}/(n-(K+1))$ nepristrana procjena varijance višestrukog regresijskog modela a $SKO_{ukupno}/(n-1)$ je konstanta, \bar{R}^2 će se jedino povećati kad varijabla koja se doda u model smanji kvadratnu pogrešku, odnosno varijancu modela. Korigirani koeficijent determinacije statistički kažnjava analitičara za dodavanje novih uvjeta u regresijski model. To je jednostavan način kako bi se zaštitilo od dodavanja varijabli u model, koje su zapravo nepotrebne. Stoga, korigirani koeficijent determinacije vrlo je koristan u usporedbi i procjeni dvaju regresijskih modela.

5. EKSPERIMENTALNI DIO

5.1. Uvod

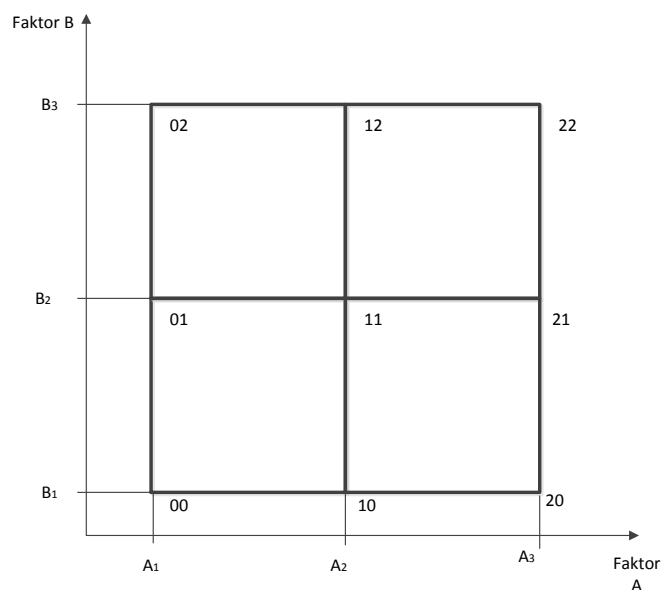
Ispitivanje je provedeno u Ex-Agenciji koja se bavi prostorima ugroženima eksplozivnom atmosferom. Plan ispitivanja je bio smišljen s idejom promatranja eksplozivnosti plinova vodika (H_2) i metana (CH_4) koji se mogu naći u proizvodnim pogonima, rafinerijama, eksploatacijskim rudnicima i sl.

5.2. Postavke i plan pokusa

Eksplozije su bile izazvane u cijevima različitih volumena te sa smjesama koje su sadržavale različite volumne udjele plinova. Jedan promjenjivi faktor bio je volumen cijevi u kojoj se odvija eksplozija, dok je drugi promjenjivi faktor bio volumni udio eksplozivnog plina u smjesi. Mjerne vrijednosti, odnosno rezultati ispitivanja bili su brzina fronte plamena te maksimalni tlak u cijevi.

5.2.1. 3^k faktorski pokus

Provedena su 2 ispitivanja s različitim plinovima: metanom i vodikom. Oba promjenjiva faktora varirana su u 3 različita stanja tako da je riječ o 3^k faktorskim pokusima, gdje k označava broj faktora, a 3 broj razina faktora.



Slika 15. Prikaz kombinacija faktora u 3² faktorskom pokusu

Tri različite razine prvog promjenjivog faktora - volumena cijevi u kojima se odvijala eksplozija su: 50,8 mm (2 inča) × 600 mm, 76,2 mm (3 inča) × 800 mm i 254 mm (10 inča) × 3000 mm. Drugi promjenjivi faktor - volumni udjeli eksplozivnih plinova varirani su unutar područja eksplozivnosti, odnosno između donje i gornje granice eksplozivnosti za odgovarajući plin. Izvan tih granica ne dolazi do eksplozije smjese, nego samo do pojave gorenja. Područje eksplozivnosti za plin vodik je od 4 do 75,6 %, a za metan je od 5 do 15 %. U skladu s tim volumni udio vodika u smjesi koja se koristila prilikom ispitivanja je: 25,5 %, 28,5 % i 31,5 %, dok je volumni udio metana: 7,4 %, 8,4 % i 9,4 %.

U tablici 6. navedene vrijednosti razina promjenjivih faktora za 3^k faktorski plan pokusa proveden s plinom vodikom (H₂),

Tablica 6. Vrijednosti faktora za 3^k faktorski plan pokusa-vodik

Razina faktora	Faktor	
	Volumen cijevi (L)	Volumni udio vodika (%)
1	1,216	25,5
2	3,64	28,5
3	152,01	31,5

dok su u tablici 7. navedene vrijednosti razina za plan pokusa s plinom metanom (CH₄).

Tablica 7. Vrijednosti faktora za 3^k faktorski plan pokusa-metan

Razina faktora	Faktor	
	Volumen cijevi [L]	Volumni udio metana [%]
1	1,216	7,4
2	3,64	8,4
3	152,01	9,4

Planiranje ovih pokusa bilo je u skladu s metodologijom planiranja i analize pokusa (*eng. Deign of Experiments*). Svaki pokus, odnosno ispitivanje sadržavalo je 9 eksperimentalnih točaka (3^2). Također u obzir je uzeta i slučajnost pri izvođenju pokusa (randomizacija), te ponavljanje. Slučajnost redoslijeda izvođenja pokusa vrlo je bitna jer ona služi kako bi se eliminirali utjecaji nekontroliranih faktora (poremećaja) okoline. Plan izvođenja pokusa je strukturiran tako da je primijenjen princip slučajnog redoslijeda izvođenja eksperimentalnih točaka koliko je to bilo moguće. Randomizacija pokusa provedena je unutar volumena; što znači kako su se eksplozije izvodile slučajnim redoslijedom u istom volumenu (cijevi), ali različitim volumnim udjelom plina. Potpuni princip randomizacije nije bio primijenjen budući da bi on iziskivao mnogo više vremena potrebnog za izvođenje pokusa. Ukupno je provedeno 45 eksplozija u svakom pokusu : $3^2 * 5 \text{ ponavljanja} = 9 * 5 = 45$.

5.3. Provedba pokusa

U ovom će poglavlju biti prikazan način na koji je proveden pokus. Smjesa s potrebnim udjelom plina za ispitivanje dobivala se na miješalici gdje se kontrolirao volumni protok zraka te volumni protok odgovarajućeg plina. Ispitne cijevi promjera 50,8 mm i 76,2 mm u kojima se vršilo ispitivanje punile su se pomoću miješalice te crijeva koje je imalo protok 20 L/min, a cijev promjera 254 mm punila se protokom 60 L/min. Na slici 16. prikazana je miješalica plinova.



Slika 16. Miješalica plinova



Slika 17. Eksperimentalni postav ispitne cijevi

Slika 17. prikazuje pripremljenu ispitnu cijev. Na ispitnu cijev bila je priključena svječica koja je služila za paljenje smjese, priključak za punjenje, senzor tlaka koji je bio postavljen na suprotnoj strani od svječice, bočni ventil za pražnjenje cijevi te za priključivanje analizatora kisika.



Slika 18. Prikaz crijeva za punjenje i svjećice

Također na cijev su bila priključena 2 optička senzora na međusobnoj udaljenosti koja je ovisila o promjeru cijevi. Na cijevi promjera 50,8 mm udaljenost je bila 165 mm, 76,2 mm – 205 mm te 254mm – 770 mm.

Mjerenje volumnog udjela plina u smjesi

Na slici 19. Prikazan je analizator kisika pomoću kojega se određivao točan udio plina u smjesi. On je bio spojen na bočni ventil na kraju ispitne cijevi.

Budući da je udio kisika u zraku koji se koristio u miješanju smjese konstantan – 20,6 %, pomoću očitnog udjela kisika u smjesi i preko izraza 5.1. može se izračunati udio plina u smjesi:

$$\varphi_{plina} = \left(1 - \frac{\varphi_{O_2}}{20,6}\right) * 100 \quad (5.1.)$$



Slika 19. Analizator kisika

Nakon svake eksplozije potrebno je „ispiranje“ cijevi – kroz cijev potrebno je propustiti količinu zraka koja iznosi 5 volumena cijevi kako bi dobili čistu cijev spremnu za sljedeću eksploziju.

Mjerenje maksimalnog tlaka u ispitnoj cijevi i brzine fronte plamena

Maksimalan tlak u cijevi mjerio se pomoću senzora tlaka, dok se brzina fronte plamena zabilježavala pomoću optičkih senzora. Optički senzori su pomoću fotodioda bilježili promjenu razine svjetlosti koju je uzrokovala fronta plamena. Uz poznatu međusobnu udaljenost optičkih senzora te vremenske razlike očitavanja promjene razine svjetlosti prve i druge diode, može se izračunati brzina fronte plamena:

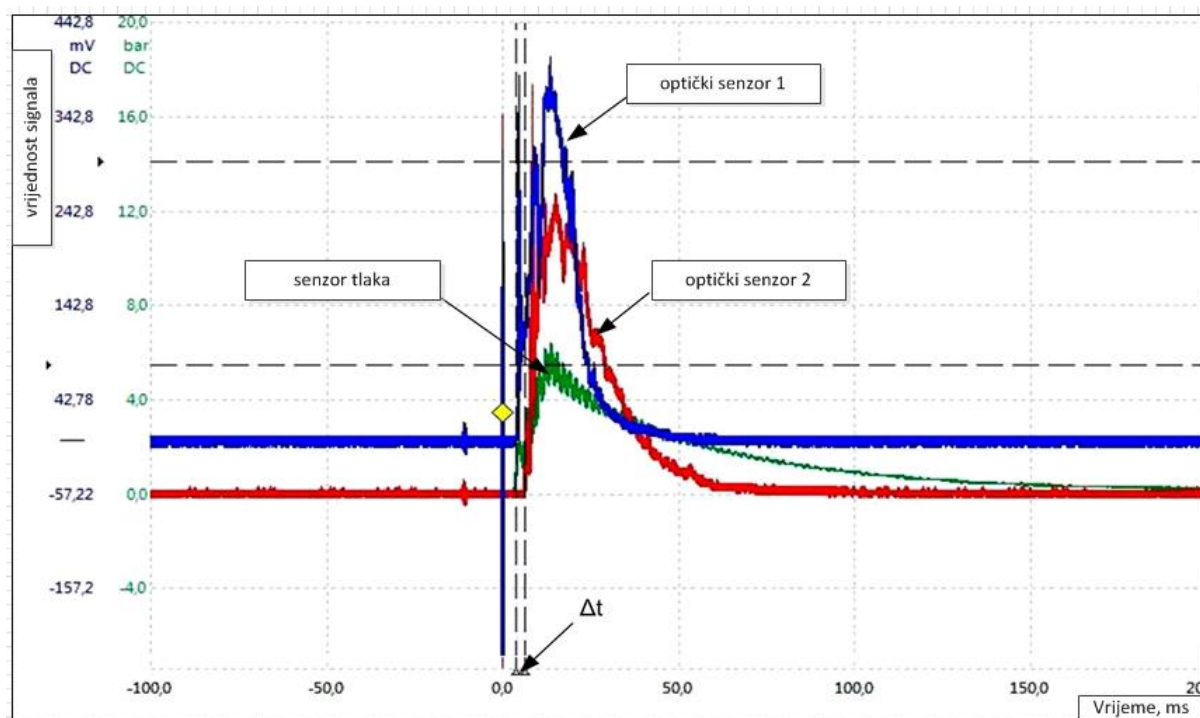
$$v_{fp} = \frac{l}{\Delta t} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \quad (5.2.)$$

gdje je l udaljenost između senzora [mm], a Δt vrijeme između promjene razine svjetlosti na prvom i drugom diodi koje se mjerilo u milisekundama.

Tablica 8. Udaljenost optičkih senzora na ispitnim cijevima

Promjer cijevi (<i>in</i>)	Udaljenost optičkih senzora l (<i>mm</i>)
2"	165
3"	205
10"	770

Električni signali zabilježeni senzorom tlaka te optičkim senzorima prikazani su grafički preko digitalnog osciloskopa. Na slici 20. prikazan je jedan takav izvještaj iz programa PicoScope 6. Radi se o prikazu čiste vrijednosti signala za stanje pokusa : $V=3,648 \text{ L}$, $\varphi_{plina}=31,5\%$ vodika.



Slika 20. Izvještaj iz programa PicoScope 6

Vrijednost tlaka koje je senzor tlaka bilježio kroz vrijeme prikazana je zelenom krivuljom. Plava krivulja predstavlja razinu intenziteta svjetlosti na prvom optičkom senzoru, dok crvena krivulja predstavlja razinu intenziteta svjetlosti na drugom optičkom senzoru.

Na slici 21. prikazani su optički senzori postavljeni na ispitnu cijev.



Slika 21. Optički senzori na ispitnoj cijevi

5.4. Rezultati pokusa

U ovom će poglavlju biti prikazani rezultati pokusa provedenih prema zadanim uvjetima - za cijevi promjera 50,8 mm, 76,2 mm, 254 mm i volumnim udjelima vodika 25,5 %, 28,5% i 31,5%, te za volumne udjele metana 7,4%, 8,4% i 9,4%.

5.4.1. Rezultati pokusa s plinom vodikom (H_2)

U tablici 9. prikazani su rezultati pokusa s plinom vodikom. Rezultati maksimalnog tlaka u cijevima prikazani su u barima, dok je brzina fronte plamena prikazana u m/s.

Tablica 9. Rezultati pokusa s plinom vodikom

Redni broj ispitivanja	Volumen cijevi, L	Smjesa, %	P_{max} , bar	$V_{plamena}$, m/s
1	1,216	31,5	3,77	101,10
2	1,216	25,5	2,92	97,40
3	1,216	25,5	1,80	62,36
4	1,216	28,5	2,92	118,03
5	1,216	31,5	2,76	125,76
6	1,216	28,5	2,90	132,11
7	1,216	31,5	2,74	119,13
8	1,216	25,5	1,55	42,95
9	3,64	31,5	7,27	81,35
10	3,64	25,5	5,23	33,61
11	3,64	25,5	5,07	31,68
12	3,64	25,5	5,18	25,00
13	3,64	28,5	5,93	63,66
14	3,64	25,5	5,14	28,08
15	3,64	31,5	6,71	70,93
16	152,01	31,5	12,82	1006,54
17	152,01	28,5	8,21	65,37
18	152,01	28,5	10,11	77,46
19	152,01	31,5	11,06	146,95
20	152,01	31,5	9,05	102,53
21	152,01	31,5	9,82	89,53
22	152,01	28,5	8,42	61,16
23	152,01	25,5	7,13	50,23
24	3,64	25,5	5,11	25,63
25	3,64	28,5	6,02	55,41
26	3,64	31,5	6,76	69,97
27	3,64	28,5	6,04	67,66
28	3,64	31,5	6,45	74,01

29	3,64	28,5	5,93	41,33
30	3,64	31,5	6,29	74,01
31	3,64	28,5	6,24	69,49
32	1,216	31,5	2,91	148,78
33	1,216	28,5	2,87	152,78
34	1,216	25,5	1,83	47,94
35	1,216	25,5	1,80	55,61
36	1,216	31,5	2,63	149,19
37	1,216	28,5	2,84	124,53
38	1,216	28,5	3,01	99,64
39	152,01	25,5	7,67	48,25
40	152,01	25,5	6,33	43,73
41	152,01	28,5	7,85	59,69
42	152,01	28,5	7,84	63,27
43	152,01	25,5	7,15	43,92
44	152,01	31,5	9,49	96,49
45	152,01	25,5	7,18	46,72

4.4.1. Rezultati pokusa s plinom metanom (CH_4)

U tablici 10. prikazani su rezultati pokusa s plinom vodikom. Rezultati maksimalnog tlaka u cijevima prikazani su u barima, dok je brzina fronte plamena prikazana u m/s.

Tablica 10.. Rezultati pokusa s plinom metanom

Redni broj ispitivanja	Volumen cijevi, L	Smjesa, %	P_{max} , bar	$V_{plamena}$, m/s
1	1,216	8,4	0,40	1,09
2	1,216	7,4	0,31	0,73
3	1,216	7,4	0,30	0,83
4	1,216	9,4	0,49	1,62
5	1,216	8,4	0,37	1,34
6	1,216	9,4	0,51	3,01
7	1,216	8,4	0,34	1,13
8	1,216	7,4	0,29	0,73
9	3,64	8,4	1,52	1,15
10	3,64	7,4	1,83	2,00
11	3,64	7,4	1,19	0,98
12	3,64	7,4	1,17	1,76
13	3,64	9,4	2,02	1,80
14	3,64	7,4	1,31	0,59
15	3,64	8,4	1,61	1,26

16	152,01	8,4	3,05	1,14
17	152,01	9,4	5,57	3,96
18	152,01	9,4	7,4	2,92
19	152,01	8,4	3,06	1,21
20	152,01	8,4	3	1,22
21	152,01	8,4	3,03	1,09
22	152,01	9,4	6,5	3,63
23	152,01	7,4	4,4	1,37
24	3,64	7,4	1,33	0,81
25	3,64	9,4	1,94	1,86
26	3,64	8,4	1,62	1,34
27	3,64	9,4	2,09	1,75
28	3,64	8,4	1,65	1,29
29	3,64	9,4	1,95	2,44
30	3,64	8,4	1,64	1,50
31	3,64	9,4	3	1,58
32	1,216	8,4	0,36	1,27
33	1,216	9,4	0,46	2,44
34	1,216	7,4	0,31	0,70
35	1,216	7,4	0,32	0,71
36	1,216	8,4	0,37	1,23
37	1,216	9,4	0,43	1,96
38	1,216	9,4	0,47	2,31
39	152,01	7,4	3,05	1,17
40	152,01	7,4	2,95	1,11
41	152,01	9,4	5,04	1,54
42	152,01	9,4	4,15	1,35
43	152,01	7,4	3,06	1,14
44	152,01	8,4	3,02	1,13
45	152,01	7,4	3,15	1,16

6. ANALIZA I RASPRAVA REZULTATA

6.1. Uvod

U ovom će poglavlju biti analizirani i raspravljani rezultati mjerenja maksimalnog tlaka te brzine fronte plamena u ispitnim cijevima. Analiza rezultata će biti provedena u programu Statistica 12.

6.2. Statistička obrada i rasprava rezultata pokusa provedenog s plinom vodikom

Analiza i rasprava rezultata bit će zasebno provedena za odzivnu varijablu maksimalnog tlaka te za odzivnu varijablu brzine fronte plamena.

Upotrijebljen je 3^2 faktorski plan pokusa s 2 promjenjiva faktora na 3 razine i s jednim odzivom.

Faktori su numeričkog karaktera i redom su označeni:

A – volumen cijevi, L

B – volumni udio plina, %

Mjerena (promatrana) varijabla jest maksimalni tlak u cijevi P_{max} mjeren u barima te brzina fronte plamena $V_{plamena}$ u m/s.

Nakon definiranja i unošenja vrijednosti dobivenih eksperimentom (Tablica 9.) provela se statistička obrada rezultata pokusa.

6.2.1. Statistička obrada rezultata dobivenih mjerenjem maksimalnog tlaka P_{max} u ispitnim cijevima s plinom vodikom H_2

Statističkom obradom rezultata dobivenih mjerenjem maksimalnog tlaka P_{max} u ispitnim cijevima s plinom vodikom pristupilo se izradi matematičkog modela za opisivanje utjecaja parametara: volumena ispitne cijevi i volumnog udjela plina u smjesi, odnosno modela kojim će se moći ovisno o ulaznim tehnološkim parametrima izračunati (predvidjeti) maksimalni tlak P_{max} . Analizom varijance utvrđeno je da su neki članovi neznačajni (njihova značajnost jest ispod 0,05 - prethodno odabran prag značajnosti). Izbacivanjem neznačajnih članova iz modela dobili smo 'oštrije' uvjete procjene značajnosti ostalih članova u modelu. Tablica 11. prikazuje analizu varijance za model:

Tablica 11. ANOVA tablica za model P_{max} - Vodik

Izvor varijacije	Suma kvadrata	Stupnjevi slobode	Srednji kvadrat odstupanja	$F_{rač}$ - vrijednost	P - vrijednost
A – Volumen cijevi	203,12	1	201,12	1434,645	< 0,0001
B – Volumni udio vodika u smjesi	17,67	1	17,67	124,77	< 0,0001
A^2	80,52	1	80,52	568,708	< 0,0001
B^2	0,1900	1	0,1900	1,342	0,2543 neznačajan
AB	1,501	1	1,501	10,606	0,002460
Pogreška	5,0971	36	0,1416		
Ukupno	226,28	41			

Iz dosadašnje analize vidi se da je model značajan te isto tako i članovi u modelu koji su: A, B, A^2 , te interakcija AB. Član B^2 ima $F_{rač}$ vrijednost od 1,342 (te $P > 0,254$) pa tako postaje neznačajan te ga izbacujemo iz modela. Model je generalno gledajući značajan (bitno različit od slučajnih pojava), što pokazuje i koeficijent determinacije i korigirani koeficijent determinacije $R^2=0,97747$ i $R^2_{adj}=0,97435$ koji govore da je objašnjeno preko 97% pojave.

Kao što je već rečeno, zavisne varijable volumena cijevi i volumnog udjela plina u smjesi imaju 3 razine. Te razine su transformirane u kodirane vrijednosti navedene u tablici 12.:

Tablica 12. Transformacija razina varijabli u kodirane vrijednosti

Volumen cijevi [L]	Volumni udio vodika u smjesi (%)	Volumni udio metana u smjesi (%)	Kodirane vrijednosti varijabli
1,216	25,5	7,4	-1
3,64	28,5	8,4	0
152,01	31,5	9,4	1

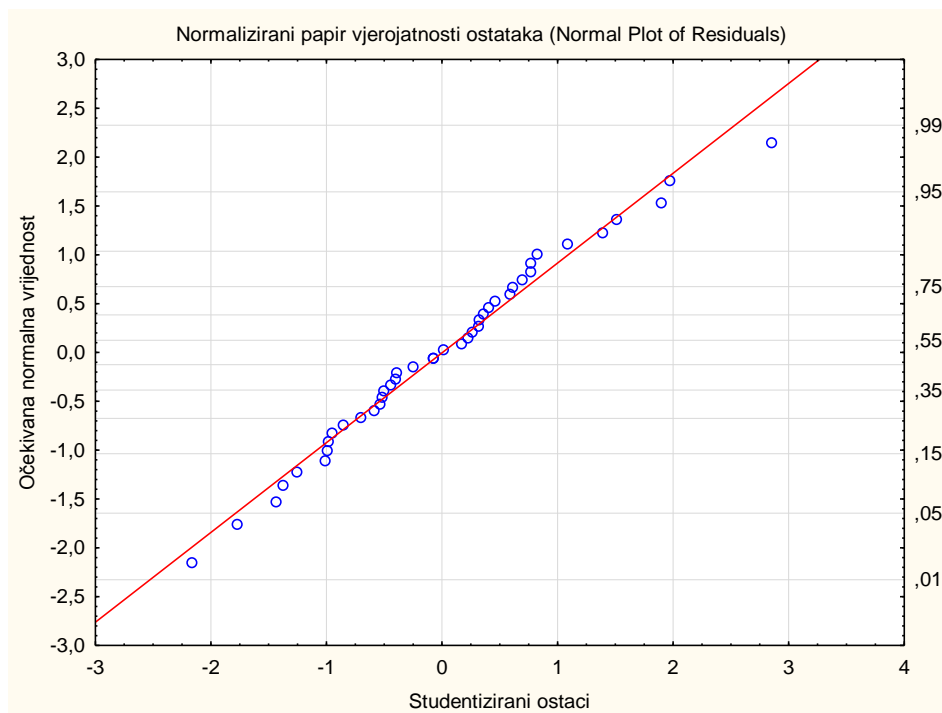
Prosječni efekti (*Coefficient Estimate*) predstavljaju polovicu vrijednosti prirasta odzivne varijable u slučaju povećanja određenog faktora od niže ka višoj razini, tj. predstavljaju polovicu vrijednosti regresijskih koeficijenata odzivne funkcije s kodiranim faktorima.

Promatrajući prosječne vrijednosti efekata dolazimo do zaključka da glavni efekti *A* i *B* te interakcija *AB* imaju pozitivno djelovanje na odziv, tj. maksimalni tlak u cijevi se povećava, dok kvadratni član A^2 daje negativni prirast.

Tablica 13. Prosječni efekti faktora u modelu za P_{max} -Vodik

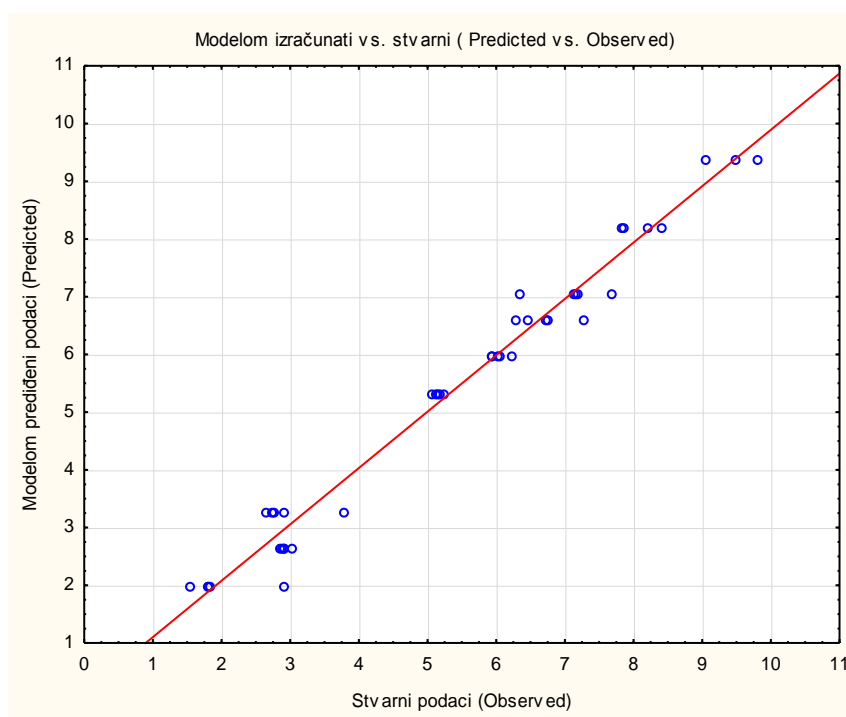
Faktor	Prosječni efekt	Stupnjevi slobode	Standardna pogreška	95% Interval povjerenja niža granica	95% Interval povjerenja viša granica
Slobodni član	56,79	1	2,131	52,48	61,11
<i>A</i> – Volumen cijevi	5,59	1	0,148	5,29	5,89
<i>B</i> - Volumni udio vodika u smjesi	1,795	1	0,160	1,47	2,12
A^2	-102,76	1	4,329	-111,53	-93,99
<i>AB</i>	0,538	1	0,162	0,210	0,867

Normalizirani papir vjerojatnosti ostatka ispituje normalnost izmjerenih vrijednosti za pojedina stanja pokusa. Slika 22. prikazuje normalizirani papir vjerojatnosti ostataka P_{max} za ispitivanje s plinom vodikom. Dijagnostičkim postupcima, odnosno testovima normalnosti utvrđeno je normalno rasipanje ostataka te da ne postoje značajni podaci izvan granica prihvatljivosti sa značajnijim utjecajem na model.



Slika 22. Normalizirani papir vjerojatnosti ostataka P_{max} za pokus s plinom vodikom

Slika 23. prikazuje odnos stvarnih i modelom izračunatih (predviđenih vrijednosti) maskimalnog tlaka u cijevima P_{max} . Vidljivo je da se vrijednosti dobro podudaraju.



Slika 23. Stvarni odziv u odnosu na modelom izračunati (matematički model za izračunavanje P_{max})

Konačni matematički model za P_{max} u cijevima punjenim smjesom vodika s kodiranim faktorima:

$$P_{max} = 56,7918 + 2,7943 * A + 0,8976 * B - 51,3800 * A^2 + 0,2692 * AB \quad (6.1.)$$

gdje su faktori:

A – volumen cijevi, L

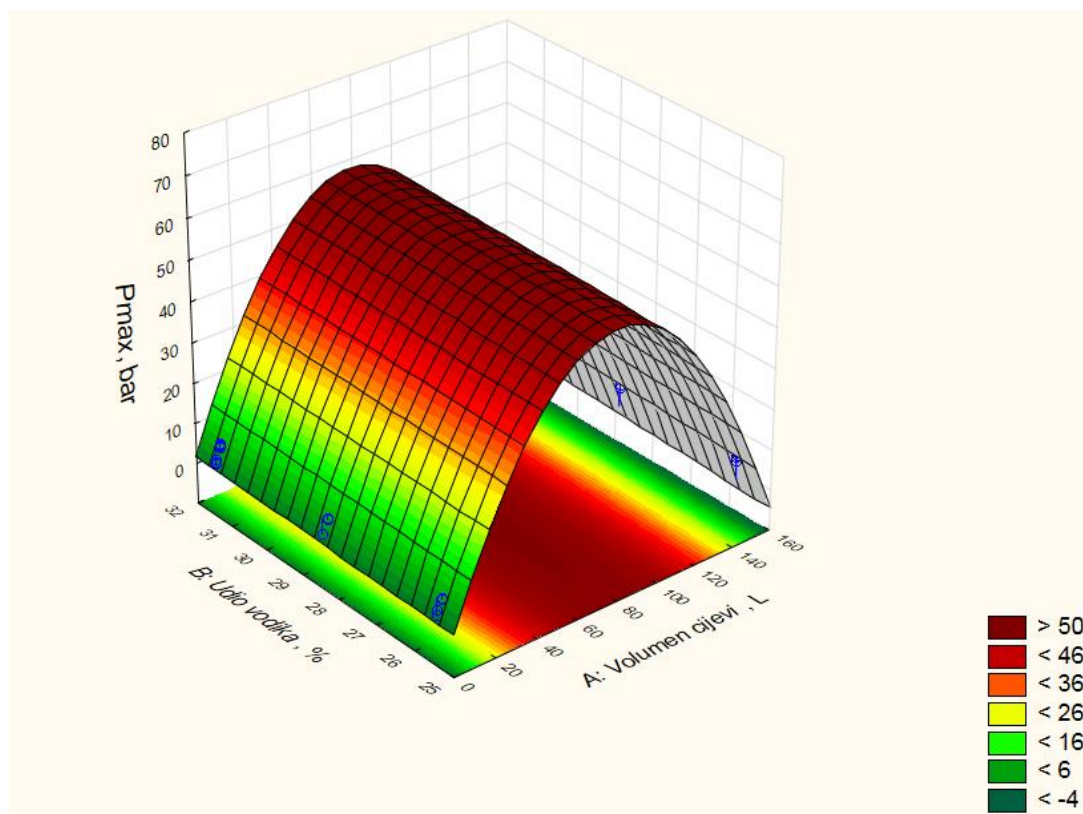
B – volumni udio plina, %

Konačni matematički model za P_{max} u cijevima punjenim smjesom vodika sa stvarnim vrijednostima faktorima:

$$P_{max} = -5,02671 + 1,38804 * x_1 + 0,20802 * x_2 - 0,00904 * x_1^2 + 0,00119 * x_1 * x_2 \quad (6.2.)$$

gdje je x_1 varijabla volumena ispitne cijevi i x_2 varijabla volumnog udjela vodika u smjesi.

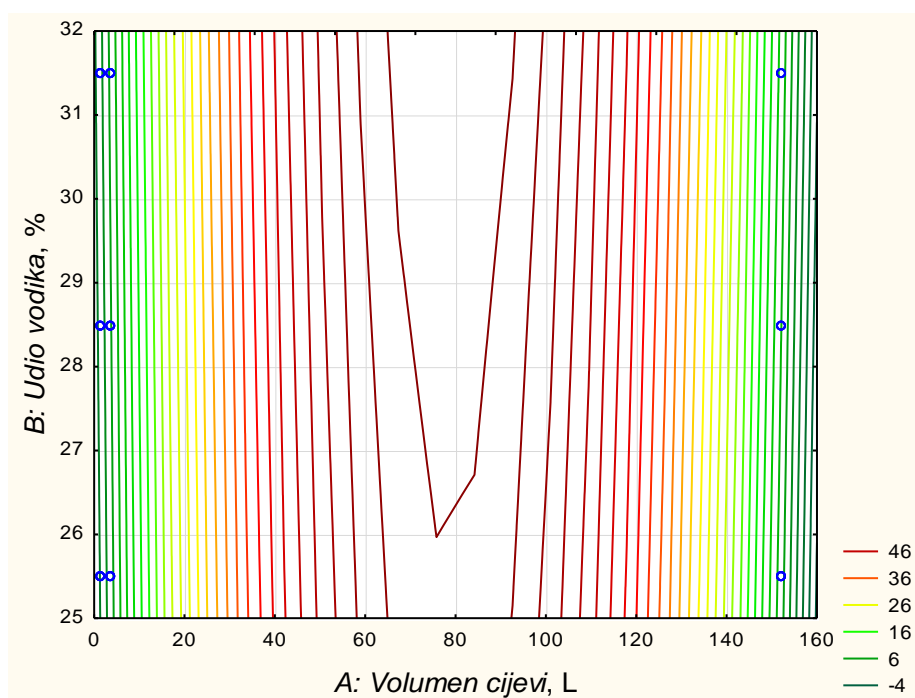
Budući da je model dobro opisan prešlo se na konačno tumačenje dobivenih rezultata. Rezultat jest odzivna površina na slici 24.:



Slika 24. Odzivna površina modela za P_{max} – Vodik

Na slici 24. prikazana je odzivna površina obrađenih rezultata pokusa s vodikom gdje se vidi trend i rezultati odziva vrijednosti P_{max} u odnosu na udio vodika u smjesi i volumen cijevi. Vidi se kako tlak P_{max} raste s povećanjem udjela vodika i s povećanjem volumena ispitne cijevi. Valja napomenuti kako postoji velika „praznina“ između volumena cijevi promjera 3 inča i 10 inča, i to je vidljivo na prikazanoj odzivnoj površini. Kako bi se mogla bolje procijeniti vrijednost maksimalnog tlaka u tom rasponu, preporučuje se provođenje ispitivanja u cijevima promjera 7 inča, što bi zasigurno pripomoglo poboljšanju trenutnog matematičkog modela.

Rezultate možemo pokazati i preko konturnog dijagrama kako je prikazano na slici 25.:



Slika 25. Konturni dijagram modela za P_{max} - Vodik

6.2.2. Statistička obrada rezultata dobivenih mjerenjem brzine fronte plamena $V_{plamena}$ u ispitnim cijevima s plinom vodikom H_2

Kao što se statističkom obradom rezultata dobivenih mjerenjem maksimalnog tlaka u cijevima P_{max} izračunao matematički model za procjenu te odzivne varijable, u slijedećem dijelu rada provest će se statistička obrada rezultata dobivenih mjerenjem brzine fronte plamena $V_{plamena}$ u

ispitnim cijevima s plinom vodikom te će se formirati model za tu izlaznu varijablu. Analizom varijance utvrđeno je da su neki članovi neznačajni (njihova značajnost jest ispod 0,05 - prethodno odabran prag značajnosti). Izbacivanjem neznačajnih članova iz modela dobili smo 'oštrije' uvjete procjene značajnosti ostalih članova u modelu.

Tablica 14. prikazuje analizu varijance za model:

Tablica 14. ANOVA tablica za model $V_{plamena}$ – Vodik

Izvor varijacije	Suma kvadrata	Stupnjevi slobode	Srednji kvadrat odstupanja	$F_{\text{rač}}$ - vrijednost	P - vrijednost
A – Volumen cijevi	7446,30	1	7446,30	38,367	< 0,0001
B – Volumni udio vodika u smjesi	14779,21	1	14779,21	76,148	< 0,0001
A^2	16570,95	1	16570,95	85,38	< 0,0001
B^2	634,51	1	634,51	3,27	0,078951 neznačajan
AB	137,09	1	137,09	0,706	0,406214 neznačajan
Pogreška	6987,10	36	194,09		
Ukupno	45731,18	41			

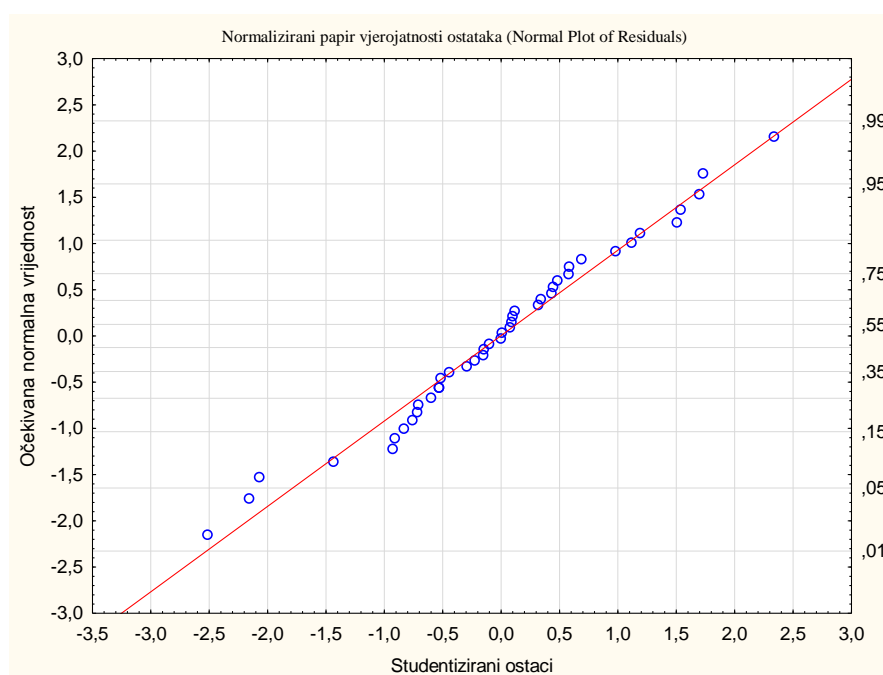
Iz dosadašnje analize vidi se da je model značajan te isto tako i članovi u modelu koji su: A, B, A^2 . Član B^2 ima $F_{\text{rač}}$ vrijednost od 3,27 (te $P > 0,05$) pa tako postaje neznačajan i član AB ima $F_{\text{rač}}$ vrijednost od 0,706 (te $P > 0,05$) te ih izbacujemo iz modela. Model je generalno gledajući značajan (bitno različit od slučajnih pojava), što pokazuje i koeficijent determinacije i korigirani koeficijent determinacije $R^2=0,84721$ i $R^2_{\text{adj}}=0,82599$ koji govore da je objašnjeno preko 82% pojave.

Tablica 15. Prosječni efekti faktora u modelu za $V_{plamena}$ -Vodik

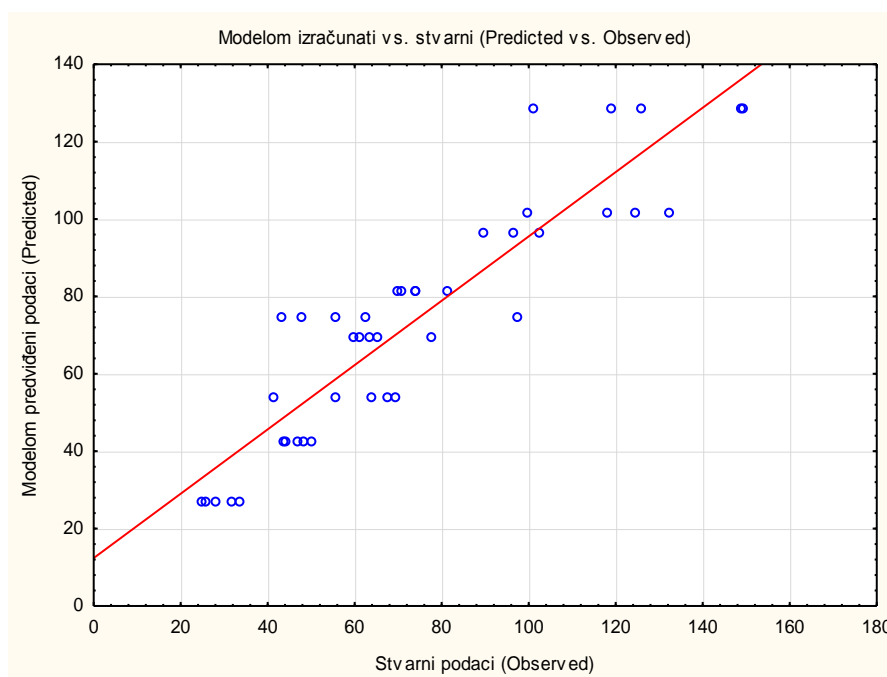
Faktor	Prosječni efekt	Stupnjevi slobode	Standardna pogreška	95% Interval povjerenja niža granica	95% Interval povjerenja viša granica
Slobodni član	-659,063	1	81,671	-824,40	-493,73
<i>A</i> – Volumen cijevi	-32,33	1	5,505	-43,47	-21,18
<i>B</i> - Volumni udio vodika u smjesi	54,18	1	5,416	43,22	65,15
A^2	1489,30	1	166,0396	1153,17	1825,43

Promatrajući prosječne vrijednosti efekata dolazimo do zaključka da glavni efekt *A* ima negativno djelovanje na odziv, a glavni efekt *B* i kvadratni član A^2 imaju pozitivno djelovanje na odziv.

Normalizirani papir vjerojatnosti ostatka ispituje normalnost izmjerenih vrijednosti za pojedina stanja pokusa. Slika 26. prikazuje normalizirani papir vjerojatnosti ostataka $V_{plamena}$ za pokus s plinom vodikom. Dijagnostičkim postupcima, odnosno testovima normalnosti utvrđeno je normalno rasipanje ostataka te da ne postoje značajni podaci izvan granica prihvatljivosti sa značajnijim utjecajem na model.

Slika 26. Normalizirani papir vjerojatnosti ostataka $V_{plamena}$ za pokus s plinom vodikom

Slika 27. prikazuje odnos stvarnih i modelom izračunatih (predviđenih vrijednosti). Vidljivo je da se vrijednosti podudaraju manje nego u modelu kojim se predviđa maksimalni tlak P_{max} , ali dovoljno prihvatljivo.



Slika 27. Stvarni odziv u odnosu na modelom izračunati (matematički model za izračunavanje $V_{plamena}$)

Konačni matematički model za $V_{plamena}$ u cijevima punjenim smjesom vodika s kodiranim faktorima:

$$V_{plamena} = -659,63 - 16,163 * A + 27,091 * B + 744,651 * A^2 \quad (6.3.)$$

gdje su faktori:

A – volumen cijevi, L

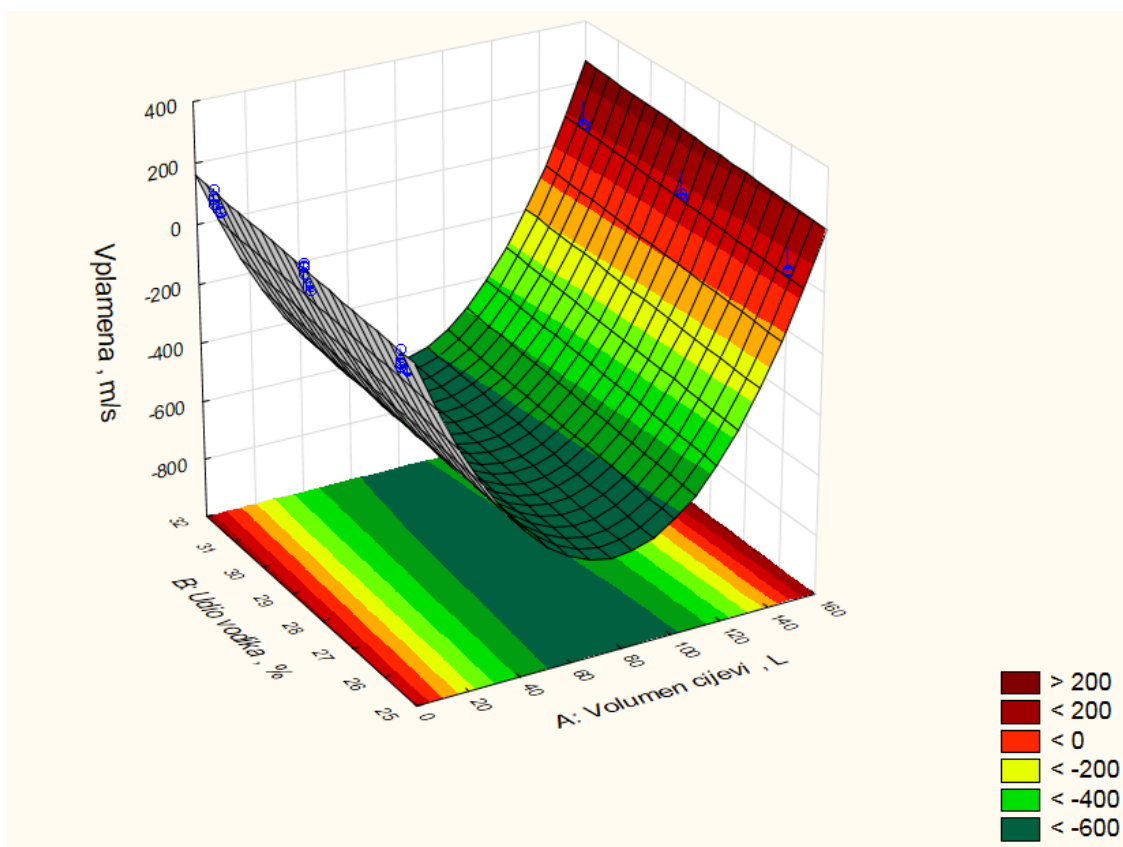
B – volumni udio plina, %

Konačni matematički model za $V_{plamena}$ u cijevima punjenim smjesom vodika sa stvarnim vrijednostima faktorima:

$$V_{plamena} = -131,136 - 20,286 * x_1 + 9,030 * x_2 + 0,131 * x_1^2 \quad (6.4.)$$

gdje je x_1 varijabla volumena ispitne cijevi i x_2 varijabla volumnog udjela vodika u smjesi.

Budući da je model dobro opisan prešlo se na konačno tumačenje dobivenih rezultata. Rezultat jest odzivna površina na slici 28.:

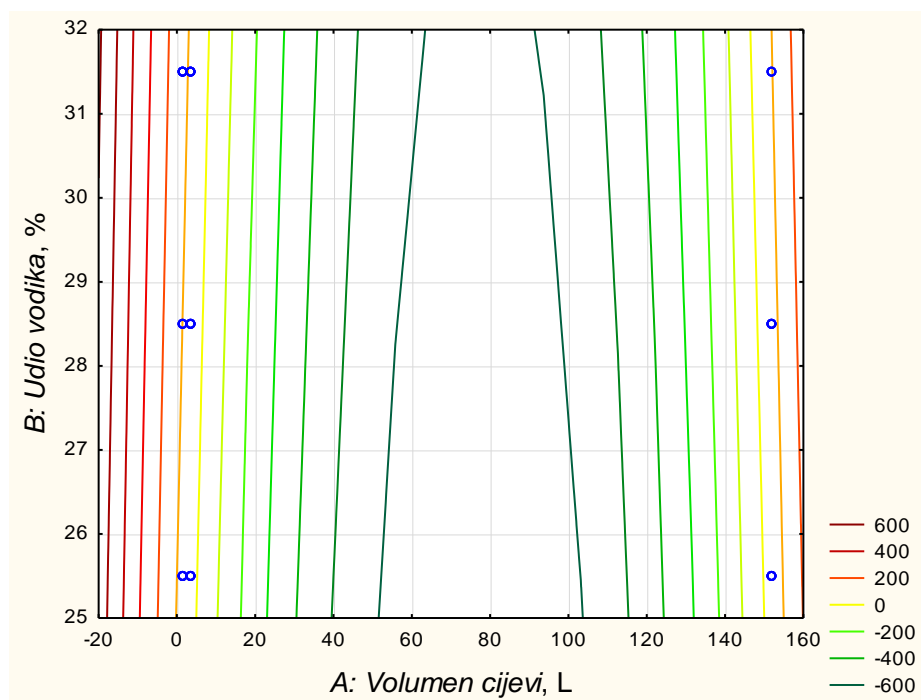


Slika 28. Odzivna površina modela za $V_{plamena}$ – Vodik

Na slici 28. prikazana je odzivna površina obrađenih rezultata pokusa s vodikom gdje se vidi trend i rezultati odziva vrijednosti $V_{plamena}$ u odnosu na udio vodika u smjesi i volumen cijevi. Vidi se kako $V_{plamena}$ raste s povećanjem udjela vodika, ali pada s povećanjem volumena cijevi. Pad brzine fronte plamena uslijed povećanja volumena cijevi može biti posljedica utjecaja trenja stijenke cijevi.

Valja napomenuti kako postoji velika „praznina“ između volumena cijevi promjera 76,2 mm i 254 mm i to je vidljivo na prikazanoj odzivnoj površini. Kako bi se mogla bolje procijeniti brzine fronte plamena u tom rasponu, preporučuje se provođenje ispitivanja u cijevima promjera 7 inča (177,8 mm) što bi zasigurno pripomoglo poboljšanju trenutnog matematičkog modela. Ovdje također vidimo nedostatak prevelike razlike ispitnih volumena: odzivna površina dijelom se nalazi u području negativne vrijednosti brzine fronte plamena, što je naravno fizikalno netočno i nemoguće.

Rezultate možemo pokazati i preko konturnog dijagrama kako je prikazano na slici 29.:



Slika 29. Konturni dijagram modela za $V_{plamena}$ - Vodik

6.3. Statistička obrada i rasprava rezultata pokusa provedenog s plinom metanom

Kao i kod analize i rasprave rezultata pokusa provedenog s vodikom, i ovdje će biti zasebno provedena analiza za odzivnu varijablu maksimalnog tlaka te za odzivnu varijablu brzine fronte plamena. No, rezultati pokusa provedenim s plinom metanom pri stanjima pokusa s 3. razinom volumena ispitne cijevi, tj. pri volumenu od 152,01 L imaju problem ponovljivosti i obnovljivosti rezultata. Naime, plin metan je općenito slabije zapaljiv od vodika i vrlo često se pri niskoj vanjskoj temperaturi i velikoj vlažnosti u zraku smjesa s plinom metanom u velikom volumenu neće zapaliti. Zbog tog problema, ispitivanja s plinom metanom su se vremenski produljila te su dala neupotrebljive rezultate tako da će se u ovoj analizi koristiti samo rezultati dobiveni s ispitnim volumenima cijevi od 1,216 i 3,64 L, odnosno cijevi promjera 50,8 i 76,2 mm.

Faktori su numeričkog karaktera i redom su označeni:

A – volumen cijevi, L

B – volumni udio plina, %

Mjerena (promatrana) varijabla jest maksimalni tlak u cijevi P_{max} mjen u barima te brzina fronte plamena $V_{plamena}$ u m/s. Nakon definiranja i unošenja vrijednosti dobivenih eksperimentom (Tablica 10.) provela se statistička obrada rezultata pokusa.

6.3.1. Statistička obrada rezultata dobivenih mjerenjem maksimalnog tlaka P_{max} u ispitnim cijevima s plinom metanom CH_4

Statističkom obradom rezultata dobivenih mjerenjem maksimalnog tlaka P_{max} u ispitnim cijevima s plinom metanom pristupilo se izradi matematičkog modela za opisivanje utjecaja parametara volumena ispitne cijevi i volumnog udjela plina u smjesi, odnosno modela kojim će se moći ovisno o ulaznim tehnološkim parametrima izračunati (predvidjeti) maksimalni tlak P_{max} . Analizom varijance utvrđeno je da su neki članovi neznačajni (njihova značajnost jest ispod 0,05 - prethodno odabran prag značajnosti). Izbacivanjem neznačajnih članova iz modela dobili smo 'oštrije' uvjete procjene značajnosti ostalih članova u modelu. Tablica 16. prikazuje analizu varijance za model:

Tablica 16. ANOVA tablica za model P_{max} - Metan

Izvor varijacije	Suma kvadrata	Stupnjevi slobode	Srednji kvadrat odstupanja	$F_{rač}$ - vrijednost	P - vrijednost
A – Volumen cijevi	10,626	1	10,626	588,39	< 0,0001
B – Volumni udio metana u smjesi	0,81069	1	0,81069	44,8906	< 0,0001
B²	0,00229	1	0,00229	0,1269	0,078951 neznačajan
Pogreška	0,43342	24	0,01806		
Ukupno	11,886	27			

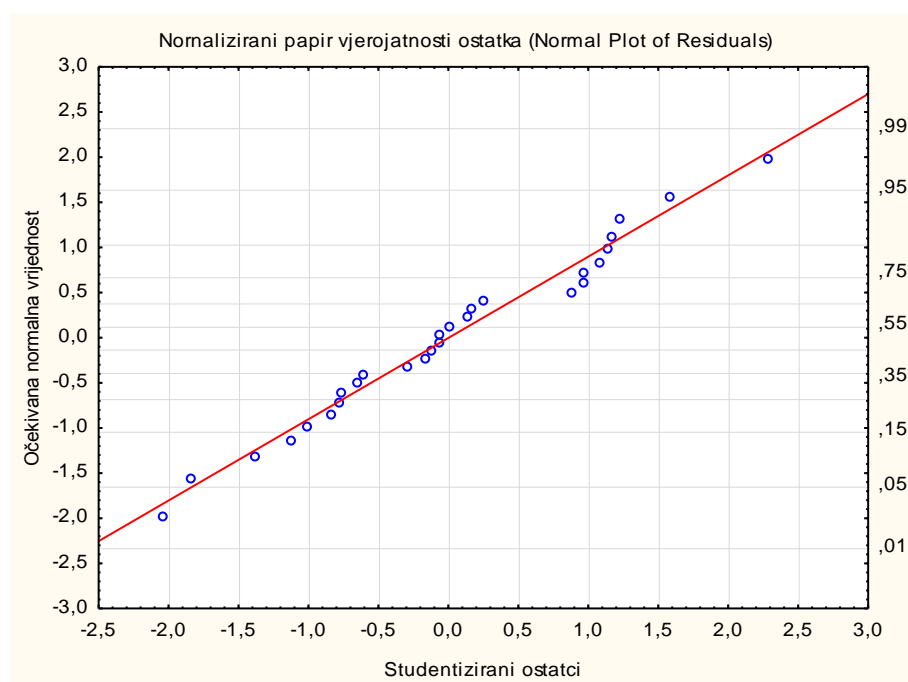
Iz dosadašnje analize vidi se da je model značajan te isto tako i članovi u modelu koji su A i B, dok član B^2 ima $F_{rač}$ vrijednost od 0,1269 (te $P > 0,05$) pa tako postaje neznačajan te ga izbacujemo iz modela. Model je generalno gledajući značajan (bitno različit od slučajnih pojava), što pokazuje i koeficijent determinacije i korigirani koeficijent determinacije $R^2=0,96354$ i $R^2_{adj}=0,95898$ koji govore da je objašnjeno preko 95% pojave.

Promatrajući prosječne vrijednosti efekata dolazimo do zaključka da glavni efekti A i B imaju pozitivno djelovanje na odziv, tj. maksimalni tlak u cijevi se povećava.

Tablica 17. Prosječni efekti faktora u modelu za P_{max} -Metan

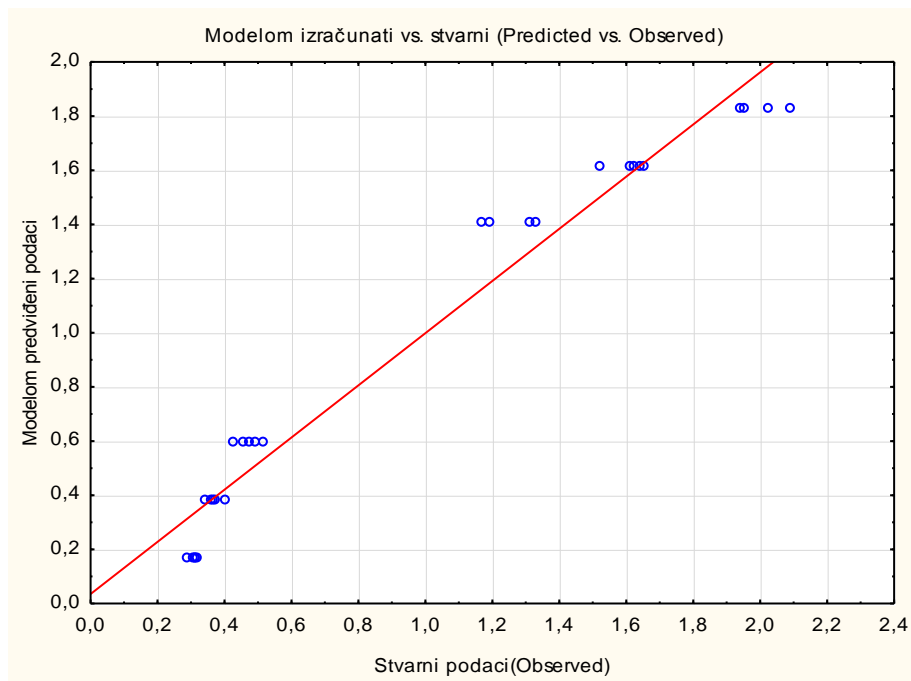
Faktor	Prosječni efekt	Stupnjevi slobode	Standardna pogreška	95% Interval povjerenja niža granica	95% Interval povjerenja viša granica
Slobodni član	1,00	1	0,025013	0,948938	1,051968
A – Volumen cijevi	1,236	1	0,050026	1,132988	1,339047
B - Volumni udio metana u smjesi	0,424	1	0,062233	0,296272	0,552617

Normalizirani papir vjerojatnosti ostataka ispituje normalnost izmjerenih vrijednosti za pojedina stanja pokusa. Slika 30. prikazuje normalizirani papir vjerojatnosti ostataka P_{max} za pokus s plinom metanom. Dijagnostičkim postupcima, odnosno testovima normalnosti utvrđeno je normalno rasipanje ostataka te da ne postoje značajni podaci izvan granica prihvatljivosti sa značajnijim utjecajem na model.



Slika 30. Normalizirani papir vjerojatnosti ostataka P_{max} za pokus s plinom metanom

Slika 31. prikazuje odnos stvarnih i modelom izračunatih (predviđenih vrijednosti) maskimalnog tlaka u cijevima P_{max} . Vidljivo je da se vrijednosti dobro podudaraju.



Slika 31. Stvarni odziv u odnosu na modelom izračunati (matematički model za izračunavanje P_{max})

Konačni matematički model za P_{max} u cijevima punjenim smjesom metana s kodiranim faktorima:

$$P_{max} = 1 + 0,618009 * A + 0,21222 * B \quad (6.5)$$

gdje su faktori:

A – volumen cijevi, L

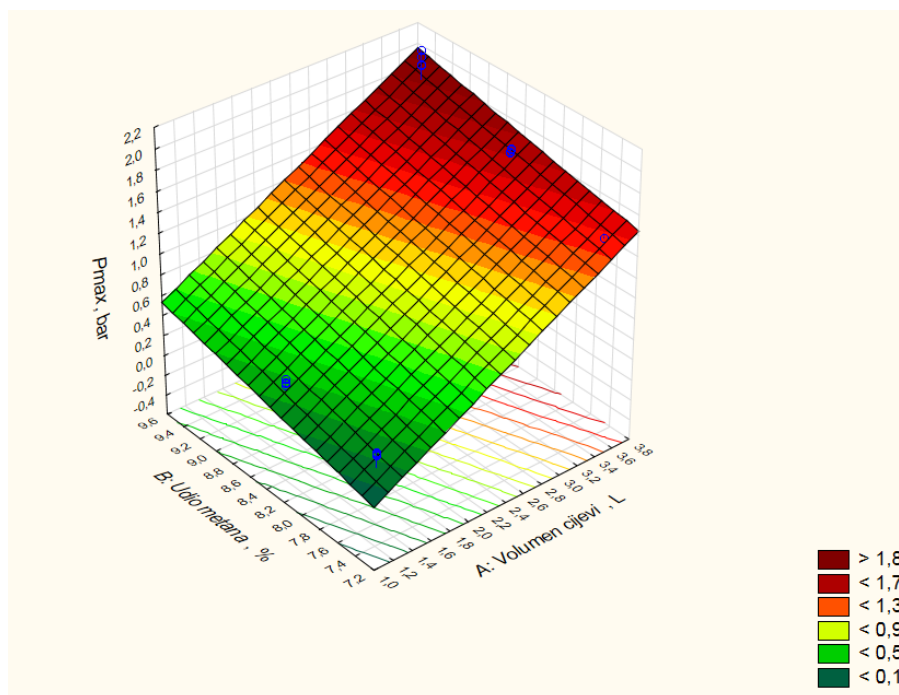
B – volumni udio plina, %

Konačni matematički model za P_{max} u cijevima punjenim smjesom metana sa stvarnim vrijednostima faktorima:

$$P_{max} = -2,02027 + 0,50991 * x_1 + 0,21222 * x_2 \quad (6.6)$$

gdje je x_1 varijabla volumena ispitne cijevi i x_2 varijabla volumnog udjela metana u smjesi.

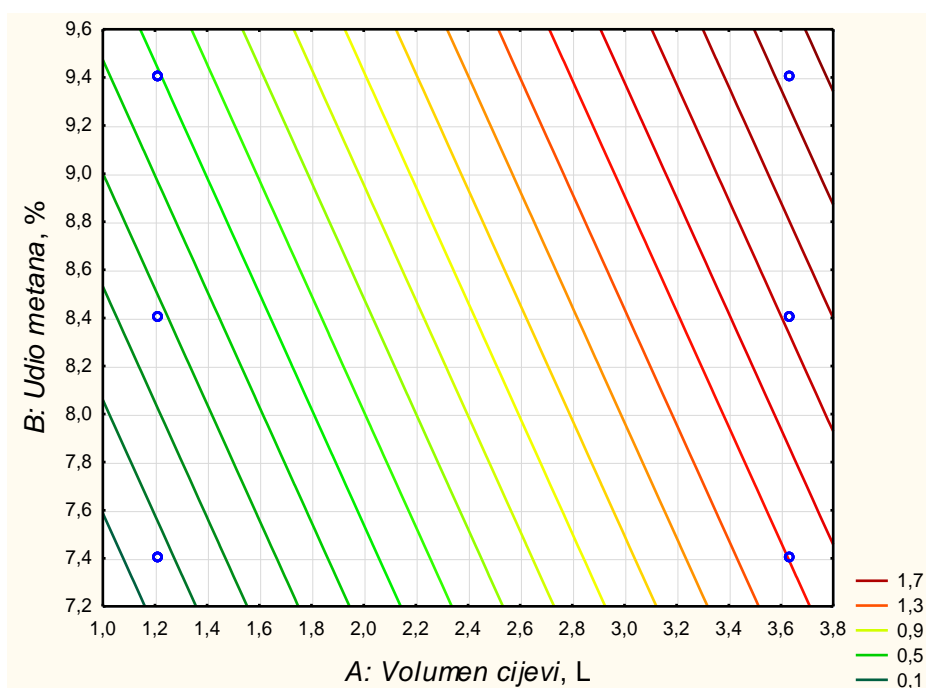
Budući da je model dobro opisan prešlo se na konačno tumačenje dobivenih rezultata. Rezultat jest odzivna površina na slici 32.:



Slika 32. Odzivna površina modela za P_{max} – Metan)

Na slici 32. prikazana je odzivna površina obrađenih rezultata pokusa s metanom gdje se vidi trend i rezultati odziva vrijednosti P_{max} u odnosu na udio metana u smjesi i volumen cijevi. Vidi se kako tlak P_{max} raste s povećanjem udjela metana i s povećanjem volumena ispitne cijevi.

Rezultate možemo pokazati i preko konturnog dijagrama kako je prikazano na slici 33.:



Slika 33. Konturni dijagram modela za P_{max} - Metan

6.3.2. Statistička obrada rezultata dobivenih mjerenjem brzine fronte plamena $V_{plamena}$ u ispitnim cijevima s plinom metanom CH_4

Kao što se statističkom obradom rezultata dobivenih mjerenjem maksimalnog tlaka u cijevima P_{max} izračunao matematički model za procjenu te odzivne varijable, u slijedećem dijelu rada provest će se statistička obrada rezultata dobivenih mjerenjem brzine fronte plamena $V_{plamena}$ u ispitnim cijevima s plinom metanom te će se formirati model za tu izlaznu varijablu. Analizom varijance utvrđeno je da su neki članovi neznačajni (njihova značajnost jest ispod 0,05 - prethodno odabran prag značajnosti).

Tablica 18. prikazuje analizu varijance za model:

Tablica 18. ANOVA tablica za model $V_{plamena}$ – Metan

Izvor varijacije	Suma kvadrata	Stupnjevi slobode	Srednji kvadrat odstupanja	$F_{rač}$ - vrijednost	P - vrijednost
A – Volumen cijevi	0,001364	1	0,001364	0,0274	0,870087 neznačajan
B – Volumni udio metana u smjesi	6,1213	1	6,1213	122,753	< 0,0001
B^2	0,07266	1	0,07266	1,4571	0,239653 neznačajan
Pogreška	1,078094	22	0,049004		
Ukupno	7,501109	26			

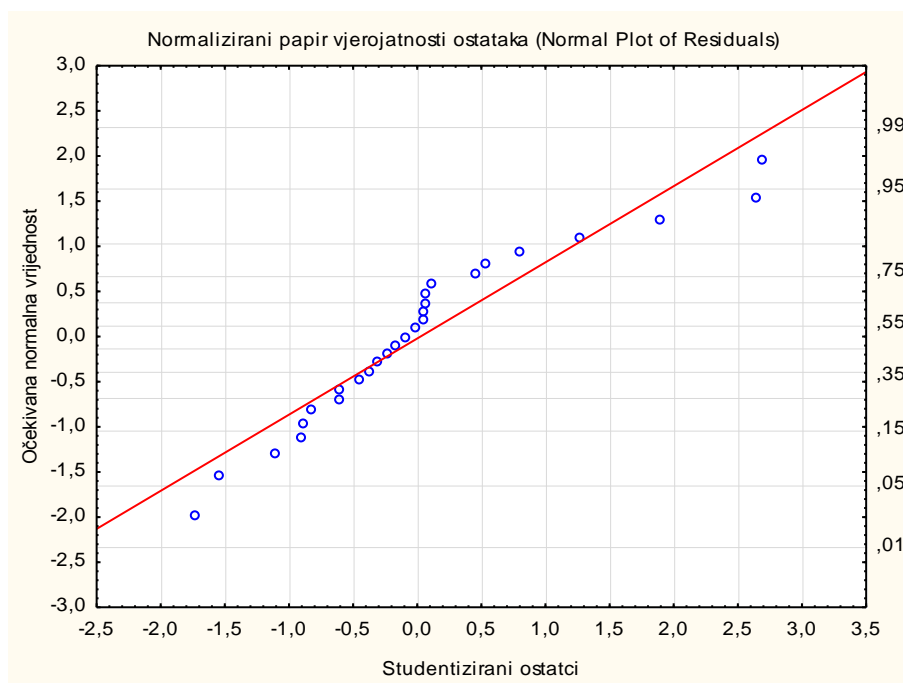
Iz dosadašnje analize vidimo kako su parametri *A-Volumen cijevi*, te kvadratni parametar B^2 neznačajni te ih izbacujemo iz modela. Model je generalno gledajući značajan (bitno različit od slučajnih pojava), što pokazuje i koeficijent determinacije i korigirani koeficijent determinacije $R^2=0,83713$ i $R^2_{adj}=0,83061$ koji govore da je objašnjeno preko 83% pojave.

Promatrajući prosječne vrijednosti efekata dolazimo do zaključka da glavni efekt *B* ima pozitivno djelovanje na odziv.

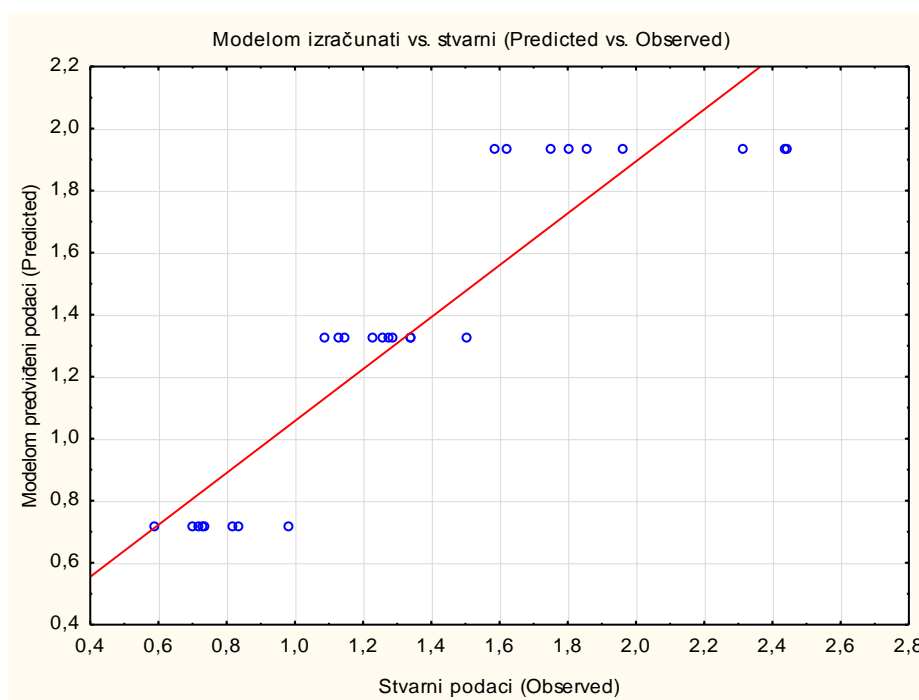
Tablica 19. Prosječni efekti faktora u modelu za $V_{plamena}$ -Metan

Faktor	Prosječni efekt	Stupnjevi slobode	Standardna pogreška	95% Interval povjerenja niža granica	95% Interval povjerenja viša granica
Slobodni član	1,327195	1	0,042590	1,239479	1,414911
<i>B</i> – Volumni udio metana u cijevi	1,216851	1	0,107349	0,995762	1,437940

Normalizirani papir vjerojatnosti ostataka ispituje normalnost izmjerenih vrijednosti za pojedina stanja pokusa. Slika 34. prikazuje normalizirani papir vjerojatnosti ostataka $V_{plamena}$ za pokus s plinom metanom. Iz papira vjerojatnosti ostataka vidi se kako se javlja određena nenormalnost razdiobe ostataka podataka vezanih uz brzinu fronte plamena $V_{plamena}$. Uzrok tomu jest lošija ponovljivost i obnovljivost rezultata pokusa provedenih s plinom metanom zbog njegove lošije zapaljivosti. Iz ovog papira vjerojatnosti ostataka može se zaključiti kako ostatci strukturno imaju utjecaj na model, međutim adekvatnost modela je još uvijek prihvatljiva (koeficijent determinacije $R^2=0,83713$ i $R^2_{adj}=0,83061$).

Slika 34. Normalizirani papir vjerojatnosti ostataka $V_{plamena}$ za pokus s plinom metanom

Slika 35. prikazuje odnos stvarnih i modelom izračunatih (predviđenih vrijednosti). Vidljivo je da se vrijednosti podudaraju manje nego u modelu kojim se predviđa maksimalni tlak P_{max} , ali dovoljno prihvatljivo.



Slika 35. Stvarni odziv u odnosu na modelom izračunati (matematički model za izračunavanje $V_{plamena}$)

Konačni matematički model za $V_{plamena}$ u cijevima punjenim smjesom metana s kodiranim faktorima:

$$V_{plamena} = 1,327195 + 0,608425 * B \quad (6.7)$$

gdje su faktori:

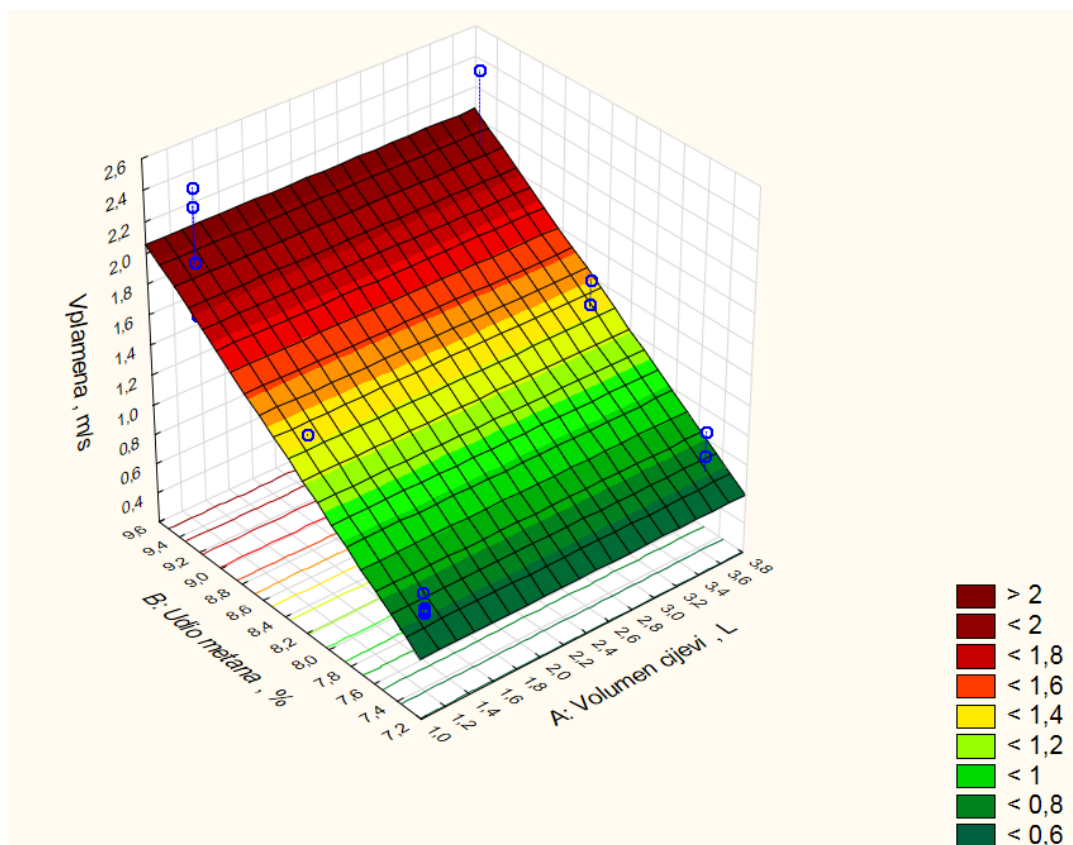
B – volumni udio metana u cijevi, %

Konačni matematički model za $V_{plamena}$ u cijevima punjenim smjesom metana sa stvarnim vrijednostima faktorima:

$$V_{plamena} = -3,7858 + 0,60843 * x_2 \quad (6.8)$$

gdje je x_2 varijabla volumnog udjela metana u smjesi.

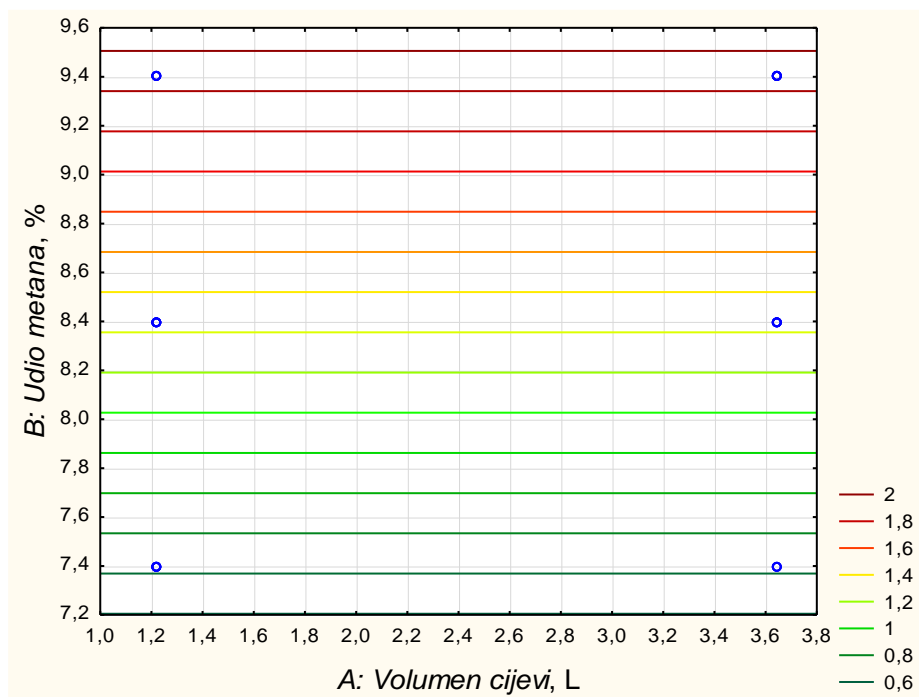
Budući da je model dobro opisan slijedi konačno tumačenje dobivenih rezultata. Rezultat jest odzivna površina na slici 36.:



Slika 36. Odzivna površina modela za $V_{plamena}$ – Metan

Na slici 36. prikazana je odzivna površina obrađenih rezultata pokusa s metanom gdje se vidi trend i rezultati odziva vrijednosti $V_{plamena}$ u odnosu na udio metana u smjesi i volumen cijevi. Vidi se kako brzina plamena raste s povećanjem udjela metana u smjesi te s povećanjem volumena cijevi.

Rezultate možemo pokazati i preko konturnog dijagrama kako je prikazano na slici 37.:



Slika 37. Konturni dijagram modela za $V_{plamena}$ - Metan

7. OPTIMIZACIJA SUSTAVA PROTUEKSPLOZIJSKE ZAŠTITE

Kao što je vidljivo na slikama 24. i 32., vrijednost P_{max} se povećava kako se povećava faktor A: Volumen cijevi (promjer i duljina). To je opće poznata činjenica jer veći volumen cijevi znači više volumena zapaljive smjese i u konačnici i postizanje većeg tlaka. Isto je s faktorom B: Volumni udio plina u smjesi, što je također vidljivo na slikama 24. i 32., te iz izraza 6.1. i 6.5.; izraza za matematičke modele za P_{max} s plinom vodikom i metanom.

Zanimljivi fenomeni su se dogodili u slučaju mjerenja brzine fronte plamena u cijevima punjenim smjesom vodika. Kao što je vidljivo na slici 28. i iz izraza 6.4. brzina fronte plamena $V_{plamena}$ smanjuje se kako se povećava volumen cijevi. Objašnjenje ovog fenomena može se naći u mogućoj pojavi turbulencije [6]. Plamen koji se širi unutar plinovoda može postići izuzetno velike brzine. U početku, plamen se širi brzinom od nekoliko metara u sekundi i laminarnim tokom, ali kada se brzina plamena poveća može se generirati razvoj turbulencija u dijelu nezapaljene smjese. Osim toga, turbulencije se mogu dogoditi i zbog drugih faktora kao što su hrapavost cijevi, mehaničkih spojeva, suženja i zavoja.

Može se zaključiti da je u slučaju promatranih cijevi došlo do turbulentnog izgaranja i inducirane varijacije u tlaku i brzini fronte plamena svakoj sljedećoj točki u cijevi [7]. Ova činjenica može se objasniti burnim pulsacijama. Uz pretpostavku da su uvjeti bili jednaki u sve tri cijevi, koja se postigla pravilnom primjenom metodologije planiranja i analize pokusa, reducirane turbulencije u 152,01 L i 3,65 L cijevi inducirale su manju brzinu fronte plamena, dok su više turbulencije u 1,22 L cijevi dovele do bržih termodinamičkih i termokemijskih procesa te intenzivnijeg procesa izgaranja, što je rezultiralo većom brzinom fronte plamena $V_{plamena}$.

U prostorima ugroženima eksplozivnom atmosferom u kojima postoji opasnost pojave eksplozije, koriste se sustavi zaštite kao što su **zaustavljači plamena (arestori, prigušnici)** [8]. **Zaustavljač plamena** sastoji se od kućišta i čepa. Čep arestora je porozan ili ima otvore (šupljine) čije je svrha da propuštaju medij kroz cijev, ali da ne dopuštaju prolazak plamena. Princip zaštite jest taj da se plamen "uguši" prolaskom kroz uske kanale i da se energija smanji na razinu ispod minimalne energije paljenja eksplozivne atmosfere. Ovisno o brzini izgaranja eksplozivne smjese arestori se mogu podijeliti u dvije skupine: arestori

sagorijevanja i arestori eksplozije (stabilni i nestabilni). Najvažniji parametar jest omjer duljine cijevi i promjera L/D pomoću kojeg se određuje mjesto gdje će arestor biti smješten. Za arestore sagorijevanja standard propisuje kako taj omjer ne bi smio biti veći od 50.

Spomenuti omjer L/D (duljina cijevi / promjer) je vrlo važan faktor, jer s povećanjem duljine cijevi postoji velika vjerojatnost naglog povećanja brzine fronte plamena. Što se tiče pokusa opisanog u ovom radu, omjer L/D u sve tri cijevi bio je konstantan.

Analizom i primjenom dobivenih rezultata i matematičkih modela dolazi se do zaključka: različita brzina fronte plamena (manja u cijevima od 152,01 L i 3,65 L, a veća u 1,22 L) upućuje da se u slučaju cijevi manjeg promjera ($D < 50,8$ mm) točke za pozicioniranje arestora plamena trebaju oprezno izračunavati budući da postoji realna opasnost pojave većih turbulencija i pulsiranja, koje zatim rezultiraju pojavom većih brzina fronte plamena.

8. ZAKLJUČAK

U ovom radu dani su detaljni opisi metoda analize varijance (ANOVA) s jednim i više promjenjivih faktora te višestruke regresijske analize s naglaskom na linearne modele.

Provedena su istraživanja pojave eksplozije zapaljivih plinova vodika i metana u zatvorenim cijevima. Pokusi su provedeni prema metodologiji planiranja pokusa. Varirani su parametar volumen cijevi te parametar volumni udio zapaljivog plina u smjesi, te su promatrane izlazne varijable maksimalnog tlaka u cijevi P_{max} i brzine fronte plamena $V_{plamena}$. Na temelju podataka dobivenih mjerenjima izrađeni su matematički modeli kojima je moguće ovisno o ulaznim parametrima volumena cijevi i volumnog udjela plina u smjesi izračunati (procijeniti) maksimalan tlak u cijevi P_{max} te brzinu fronte plamena $V_{plamena}$.

Matematički modeli izrađeni u ovom diplomskom radu doprinose razumijevanju utjecaja parametara na maksimalan tlak i brzinu fronte plamena, te omogućuju efikasniju optimizaciju sustava protueksplozijske zaštite.

Prema provedenoj analizi utjecaja parametara na izlazne varijable može se zaključiti da:

- S povećanjem volumena cijevi raste maksimalan tlak u cijevi kod vodika i metana
- S povećanjem volumena cijevi pada brzina fronte plamena
- S povećanjem volumnog udjela plina u smjesi raste maksimalan tlak u cijevi
- S povećanjem volumnog udjela plina u smjesi rase brzina fronte plamena

Na osnovi provedenog istraživanja i dobivenih rezultata daljnja istraživanja treba usmjeriti na:

- Istraživanja s konstantnim promjerom cijevi D , i varijabilnom duljinom cijevi L
- Istraživanja s manjim volumenima cijevi gdje se javljaju veće turbulencije i pulsacije te veće brzine fronte plamena
- Istraživanja u cijevima promjera 177,8 mm (7 inča) u svrhu poboljšanja postojećeg matematičkog modela u cijevima punjenim smjesom vodika

9. LITERATURA

- [1] Douglas C. Montgomery, Design and Analysis of Experiments, 2008. g.
- [2] Predavanja, kolegij: Inženjerska statistika, doc.dr.sc. Hrvoje Cajner
- [3] Montgomery, D.C., Ringer, G.C., Applied statistics and probability for engineers, 2003.
- [4] Šošić, I., Primijenjena statistika, 2004
- [5] <http://www.pfos.hr/~bioinfo/Biometrika/L12.pdf> (28.4.2014.)
- [6] Kristoffersen, K., Gas explosions in process pipes, doctorate, Telemark University College Faculty of Technology, Porsgrunn, Norway, 2004.
- [7] Cajner, Hrvoje; Mačković, Mario; Štefanić, Nedeljko; Grubešić, Nikola: Characterization of the explosion of flammable gas in closed pipes using the design of experiments methodology, Zagreb, 2014.
- [8] Predavanja Hrvatska komora inženjera strojarstva: Ex zaštita strojarske opreme, instalacija i zaštitni sustavi, Slavko Rumbak
- [9] Telford J. K., A Brief Introduction to Design of Experiments; John Hopkins APL Technical digest, Volume 27, 2007.
- [10] Doktorski rad: Cajner Hrvoje, Višekriterijsko adaptivno odlikovanje planova pokusa, FSB, Zagreb, 2011
- [11] Montgomery, D.C., Ringer, G.C., Applied statistics and probability for engineers, Student Workbook with Solutions, 2003.
- [12] Doktorski rad: Glogović Zlatko, Utjecaj parametara plinskog naštrecavanja na svojstva nanesenog sloja, FSB, Zagreb, 2011
- [13] Cajner H., Babić A., Šakić N., Značaj uporabe planiranja pokusa pri optimiranju procesa i proizvoda, FSB
- [14] ATEX Directive 2014/34/EU - Directive on equipment and protective systems intended for use in potentially explosive atmospheres
- [15] Cox, D. R.; Reid, N., The Theory of the Design of Experiments, Chapman&Hall, Washington D.C., 2000.